

Geschiedenen, am 25. Juni 1898.

1898.

N 7.

# ANNALEN DER PHYSIK UND CHEMIE.

HERAUSGEGEBEN UND FORTGEFÜHRT DURCH

F. A. C. GRUBER, L. W. GILBERT, J. C. POCHENDORFF.

NEUE FOLGE

BAND 65. HEFT 3.

DER GANZEN FOLGE 301. BANDER 3. HEFT

UNTER MITWIRKUNG

DER PHYSIKALISCHEN GESELLSCHAFT ZU BERLIN

UND UNTERSÜTZUNG VON

M. PLANCK

HERAUSGEGEBEN VON

G. UND E. WIEDEMANN.

MIT ZWEI TAFELN.



LEIPZIG, 1898.

VERLAG VON JOHANN AMBROSIOUS BARTHEL.

Bestellungen auf die „Annalen“ werden von allen Buchhandlungen, von den Postämtern und von der Verlagsbuchhandlung angenommen. Preis für den in 12 Heften (in 3 Bänden) ausgegebenen Jahrgang 36 M.

# Inhalt.

	Seite
1. P. Drude. Ueber die Messung electricischer Wellenlängen mittels der Quincke'schen Interferenzröhre	481
2. P. Drude. Ueber die Absorption kurzer electricischer Wellen durch Wasser	490
3. P. Lenard. Ueber das Verhalten von Kathodenstrahlen parallel zu electricischer Kraft	504
4. A. Wehnelt. Dunkler Kathodenraum	511
5. R. Swyngedauw. Ueber die Funkenentladung. Antwort an Hrn. G. Jaumann	543
6. K. Wesendonck. Ueber die Wirkung von Flammengasen auf leuchtende electriche Entladungen	553
7. L. Arons. Mikroskopische Beobachtung von Wechselcontacten (Cohärer)	567
8. W. Jaeger u. St. Lindeck. Ueber die Constanten von Normalwiderständen aus Manganin	573
9. L. Arons. Einfache analytische Behandlung eines schematischen Falles electromagnetischer Schirmwirkung	590
10. A. Trowbridge. Ueber die Dispersion des Sylvins und des Reflexionsvermögens der Metalle	595
11. A. Witting. Zur Galvanometrie rascher, stoßweise erfolgender Entladungen	621
12. M. Margules. Auflösung von Platin und Gold in Electrolyten	629
13. W. Schaufelberger. Bemerkungen zu der Arbeit des Herrn Quincke: Die Klebrigkeit isolirender Flüssigkeiten im constanten electricchen Felde	635
14. C. Stumpf u. M. Meyer. Erwiderung	641
15. F. Melde. Erwiderung gegen Ant. Appunn's Abhandlung: „Ueber Schwingungszahlenbestimmungen bei sehr hohen Tönen“	645
16. K. Schreber. Zur absoluten Temperatur	648
17. H. Staigtmüller. Beiträge zur kinetischen Theorie mehratomiger Gase	655
18. H. Staigtmüller. Versuch einer theoretischen Ableitung der Constanten des Gesetzes von Dulong und Petit	670

Diesem Hefte liegt als Beilage bei:

W. Wien, Ueber die Fragen, welche die transitorische Bewegung des Lichtäthers betreffen. (Referat für die 79. Versammlung deutscher Naturforscher und Aerzte in Düsseldorf, 1898; Section Physik.)

Anderweitiger Abdruck der für die Anzeigen bestimmten Abhandlungen oder Uebersetzung derselben innerhalb der gesetzlichen Schutzfrist ist nur mit Genehmigung der Redaktion und Verlagsbuchhandlung gestattet.







**Ueber die Fragen, welche  
die translatorische Bewegung des Lichtäthers  
betreffen; von W. Wien.**

(Referat für die 70. Versammlung deutscher Naturforscher und Aerzte  
in Düsseldorf, 1898; Section Physik.)

Die Frage, ob der Lichtäther an den Bewegungen der Körper theilnehme oder nicht, und ob ihm überhaupt Beweglichkeit zuzuschreiben ist, hat die Physiker seit langem beschäftigt und zahllos sind die Annahmen und Vermuthungen, die man für die Eigenschaften des Trägers der electromagnetischen Erscheinungen aufzustellen für nöthig hielt. Es kann indessen nicht zweifelhaft sein, dass alles, was wir über den Aether wissen, in der Maxwell'schen Theorie des Electromagnetismus enthalten ist und alles übrige dem Gebiete der reinen Speculation angehört. Ich habe mir demgemäss nicht die Aufgabe gestellt, ein literarisches Referat über die unzählbaren Theorien, die den Lichtäther zum Gegenstande haben, zu liefern, sondern mich bemüht die Fragen herauszuheben, die wir auf der Grundlage der Maxwell'schen Theorie in Betreff der Beweglichkeit des Aethers zu stellen haben.

Wenn wir die Annahmen machen, dass dem Aether Beweglichkeit zukomme, so treten sogleich weitere Fragen hinzu, nämlich zunächst ob diese Bewegung Energieaufwand beansprucht, dem Aether also träge Masse zuzuschreiben ist, und dann ob der Aether durch die Bewegung fester Körper ebenfalls in Bewegung gesetzt wird. Das letztere scheint nach vielen Experimenten, namentlich nach den ausgedehnten Versuchen von Lodge, die mit schnell rotirenden Metallmassen oder in der Nähe schnelllaufender Kreissägen angestellt wurden, nicht der Fall zu sein.

Wir werden zunächst die Annahmen, ob dem Aether Beweglichkeit zuzuschreiben ist oder nicht, gegenüberstellen und dann zur Besprechung der Erfahrungsthatfachen übergehen.

**Die Annahme der Beweglichkeit des Aethers.**

Die Neigung, die Eigenschaften des Aethers mit denen der ponderablen Materie in Uebereinstimmung zu bringen, hat zu der Annahme geführt, der Aether könne Bewegungen nach Art einer Flüssigkeit ausführen, obwohl kein einziges Experiment auf das Vorhandensein solcher Bewegungen hinweist. Wenn man aber dem Aether Beweglichkeit zuschreibt, so folgt, wie zuerst Hertz bemerkt hat, aus der Maxwell'schen Theorie mit Strenge, dass er unter dem Einfluss der Druckkräfte, die ein veränderliches electromagnetisches System erzeugt, Bewegungen ausführen muss, die sich berechnen lassen, wenn man über die Trägheit des Aethers bestimmte Annahmen macht.

Helmholtz hat die Grundzüge für die Berechnung dieser Strömungen unter der Voraussetzung angegeben, dass die Trägheit und Zusammendrückbarkeit des Aethers Null ist. Er hat indessen keine speciellen Beispiele gegeben, die gestatten diese Theorie an der Erfahrung zu prüfen und ich gebe daher hier zwei Beispiele, aus denen sich einige Folgerungen für die Bedeutung dieser Annahmen ziehen lassen.

Strömungen in Aether werden von den electromagnetischen Spannungen nur dann erregt, wenn das Feld weder statisch noch stationär ist, wenn also die Zustände der Zeit noch veränderlich sind.

Als erstes Beispiel führe ich einen electrisirten Doppelpunkt ein, der in sehr kleiner Entfernung voneinander gleiche Quanta positiver und negativer Electricität trägt, die proportional mit der Zeit zunehmen.

Bezeichnen wir mit  $x, y, z$  die Coordinaten, die Zeit mit  $t$ , mit  $X, Y, Z$  die Componenten der electrischen, mit  $L, M, N$  die der magnetischen Kräfte, mit  $A$  die reciproke Lichtgeschwindigkeit, so haben wir im freien Aether die Maxwell'schen Differentialgleichungen

$$\begin{aligned}
 A \frac{dL}{dt} &= \frac{\partial Z}{\partial y} - \frac{\partial Y}{\partial x} & A \frac{dX}{dt} &= \frac{\partial M}{\partial x} - \frac{\partial N}{\partial y} \\
 A \frac{dM}{dt} &= \frac{\partial X}{\partial z} - \frac{\partial Z}{\partial x} & A \frac{dY}{dt} &= \frac{\partial N}{\partial x} - \frac{\partial L}{\partial z} \\
 A \frac{dN}{dt} &= \frac{\partial Y}{\partial x} - \frac{\partial X}{\partial y} & A \frac{dZ}{dt} &= \frac{\partial L}{\partial y} - \frac{\partial M}{\partial x} \\
 \frac{\partial L}{\partial x} + \frac{\partial M}{\partial y} + \frac{\partial N}{\partial z} &= 0 & \frac{\partial X}{\partial x} + \frac{\partial Y}{\partial y} + \frac{\partial Z}{\partial z} &= 0.
 \end{aligned}$$

Diesen Gleichungen genügen wir durch folgende Ausdrücke:

$$\begin{aligned} X &= \frac{\partial^3 \varphi}{\partial x \partial x} & L &= -A \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y \partial t} \\ Y &= \frac{\partial^3 \varphi}{\partial x \partial y} & M &= A \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x \partial t} \\ Z &= \frac{\partial^3 \varphi}{\partial x^2} & N &= 0. \end{aligned}$$

Es sei  $a$  eine Constante und  $r^2 = x^2 + y^2 + z^2$ ,  $\varphi^2 = x^2 + y^2$ ,  $\varphi = at/r$ . Die Componenten der electrischen Kräfte sind dann die partiellen Ableitungen der Function

$$at \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{1}{r} \right).$$

Dies ist das Potential eines electrischen Doppelpunktes im Punkte  $r=0$  mit der positiven und negativen Ladung  $at/l$ . Die Verbindungslinie beider Ladungen  $l$  ist parallel der  $z$ -Axe. Die Componenten des Poynting'schen Energiestromes sind proportional den Grössen

$$\mathfrak{P} = ZM - YN = Aa^2tx \left( \frac{1}{r^3} - \frac{3x^2}{r^5} \right)$$

$$\mathfrak{Q} = XN - ZL = Aa^2ty \left( \frac{1}{r^3} - \frac{3x^2}{r^5} \right)$$

$$\mathfrak{R} = YL - XM = 3Aa^2tz \frac{x^2 + y^2}{r^5}.$$

Setzen wir nun

$$\begin{aligned} x &= \varrho \cos \vartheta & y &= \varrho \sin \vartheta & \frac{dx}{dt} &= \alpha = \frac{d\varrho}{dt} \cos \vartheta - \varrho \sin \vartheta \frac{d\vartheta}{dt} \\ \frac{d\vartheta}{dt} &= \eta & \frac{d\varrho}{dt} &= \zeta & \frac{dy}{dt} &= \beta = \frac{d\varrho}{dt} \sin \vartheta + \varrho \cos \vartheta \frac{d\vartheta}{dt} \\ & & & & \frac{dx}{dt} &= \gamma, \end{aligned}$$

so verlangt die Gleichung der Incompressibilität

$$\frac{\partial \alpha}{\partial x} + \frac{\partial \beta}{\partial y} + \frac{\partial \gamma}{\partial z} = 0,$$

dass

$$\alpha = \frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{x}{\varrho^3} - \eta y \quad \beta = \frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{y}{\varrho^3} + \eta x \quad \gamma = -\frac{1}{\varrho} \frac{\partial \psi}{\partial \varrho}$$

ist, wenn wir annehmen, dass wegen der Symmetrie um die  $z$ -Axe die Grössen  $\eta, \zeta, \gamma$  unabhängig von  $\vartheta$  sind.

Die von Helmholtz abgeleiteten Differentialgleichungen, in denen zum Ausdruck kommt, dass die von den electro-

magnetischen Spannungen hervorgerufenen Strömungen ihrerseits electromagnetische Kräfte hervorrufen, die sich mit den von aussen wirkenden ins Gleichgewicht setzen, lauten

$$(1) \begin{cases} 0 = \frac{\partial P}{\partial x} + A \left[ \frac{\partial \mathfrak{P}}{\partial t} + \beta \left( \frac{\partial \mathfrak{P}}{\partial y} - \frac{\partial \mathfrak{Q}}{\partial x} \right) - \gamma \left( \frac{\partial \mathfrak{R}}{\partial x} - \frac{\partial \mathfrak{P}}{\partial z} \right) \right] \\ 0 = \frac{\partial P}{\partial y} + A \left[ \frac{\partial \mathfrak{Q}}{\partial t} + \gamma \left( \frac{\partial \mathfrak{Q}}{\partial z} - \frac{\partial \mathfrak{R}}{\partial y} \right) - \alpha \left( \frac{\partial \mathfrak{P}}{\partial y} - \frac{\partial \mathfrak{Q}}{\partial x} \right) \right] \\ 0 = \frac{\partial P}{\partial z} + A \left[ \frac{\partial \mathfrak{R}}{\partial t} + \alpha \left( \frac{\partial \mathfrak{R}}{\partial x} - \frac{\partial \mathfrak{P}}{\partial z} \right) - \beta \left( \frac{\partial \mathfrak{Q}}{\partial z} - \frac{\partial \mathfrak{R}}{\partial y} \right) \right] \end{cases}$$

Hier bedeutet  $P$  den hydrostatischen Druck.

Setzen wir in diese Gleichungen die obigen Werthe von  $\mathfrak{P}, \mathfrak{Q}, \mathfrak{R}, \alpha, \beta, \gamma$  ein, so erhalten wir

$$\begin{aligned} 0 &= \frac{\partial P}{\partial \varrho} + \varrho A^2 a^2 \left( \frac{3 \varrho^2}{r^8} - \frac{2}{r^6} - \frac{6 \pi t}{r^8} \frac{1}{\varrho} \frac{\partial \psi}{\partial \varrho} \right), \\ 0 &= \frac{\partial P}{\partial z} + z A^2 a^2 \left( \frac{3 \varrho^2}{r^8} - \frac{6 t}{r^6} \frac{\partial \psi}{\partial z} \right). \end{aligned}$$

Die Winkelgeschwindigkeit  $\eta$  ist ganz herausgefallen, braucht also keinen von Null verschiedenen Werth zu besitzen.

Eliminiren wir hieraus  $P$ , so ergibt sich

$$(2) \quad \varrho z - t \frac{\partial \psi}{\partial \varrho} + \frac{8 \pi t}{r^2} \left( z \frac{\partial \psi}{\partial \varrho} - \varrho \frac{\partial \psi}{\partial z} \right) = 0.$$

Man sieht aus dieser Gleichung unmittelbar, dass  $\psi$  den Factor  $1/t$  enthalten muss. Für  $t=0$  ist die Ladung des electrischen Doppelpunktes Null. Es würden also in dem Moment, wo die Ladung beginnt, die Strömungen im Aether unendlich werden.

Da die Maxwell'schen Differentialgleichungen vollständig erfüllt sind, so liegt kein Grund vor, eine solche proportional der Zeit von Null anwachsende Ladung auszuschliessen.

Eine Lösung der Differentialgleichung (2) ist

$$\psi = \frac{r^2 z}{10 t}$$

Daraus folgt

$$\begin{aligned} \zeta &= \frac{1}{\varrho} \frac{\partial \psi}{\partial z} = \left( \frac{2 \pi^2 + r^2}{10 t} \right) \frac{1}{\varrho}, \\ -\gamma &= \frac{1}{\varrho} \frac{\partial \psi}{\partial \varrho} = \frac{2 \pi}{10 t}. \end{aligned}$$

Es würde also der Aether parallel den Stromlinien fließen, in denen die durch die  $z$ -Axe gelegten Ebenen die Flächen  $r^2 z = \text{const.}$  schneiden. Eine solche Strömung ist aber hydrodynamisch unmöglich, weil die Geschwindigkeit  $\gamma$  für  $\varrho = 0$  unendlich wird.

Als zweiten Fall betrachten wir einen electrisirten Punkt mit der Ladung  $e$ , der sich mit der constanten Geschwindigkeit  $v$  durch den Raum bewegt. Dieser Fall ist vollständig von Heaviside behandelt und zwar giebt seine Lösung folgende Werthe der electricischen und magnetischen Kräfte, bezogen auf ein in dem electrisirten Punkt festes Coordinatensystem, in dessen  $x$ -Axe die Bewegung erfolgt.

$$X = \frac{1}{v} \frac{\partial U}{\partial x} (1 - A^2 v^2), \quad Y = \frac{1}{v} \frac{\partial U}{\partial y}, \quad Z = \frac{1}{v} \frac{\partial U}{\partial z},$$

$$M = -A \frac{\partial U}{\partial x}, \quad N = A \frac{\partial U}{\partial y}, \quad L = 0.$$

$$U = \frac{e v}{\sqrt{r^2 - A^2 v^2 \varrho^2}}, \quad \varrho^2 = y^2 + z^2.$$

Dann ergibt sich für die Grössen  $\mathfrak{P}$ ,  $\mathfrak{Q}$ ,  $\mathfrak{R}$

$$\mathfrak{P} = \frac{\mathfrak{H} \varrho^2}{(r^2 - A^2 v^2 \varrho^2)^3}, \quad \mathfrak{Q} = -\frac{\mathfrak{H} x y}{(r^2 - A^2 v^2 \varrho^2)^3},$$

$$\mathfrak{R} = -\frac{\mathfrak{H} x z}{(r^2 - A^2 v^2 \varrho^2)^3},$$

$$\mathfrak{H} = e^2 v A (1 - A^2 v^2).$$

Setzen wir wieder

$$\alpha = -\frac{1}{\varrho} \frac{\partial \psi}{\partial \varrho}, \quad \beta = \frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{y}{\varrho^2} + \eta z, \quad \gamma = \frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{z}{\varrho^2} - \eta y,$$

$$\mathfrak{S} = \frac{\mathfrak{H}}{(r^2 - A^2 v^2 \varrho^2)^3}.$$

so erhalten wir aus den Gleichungen (1)

$$0 = \frac{\partial P}{\partial \varrho} + A \left( -v \frac{\partial \mathfrak{S}}{\partial x} x \varrho - \varrho v \mathfrak{S} \right. \\ \left. + \frac{\partial \psi}{\partial \varrho} \left[ 3 \mathfrak{S} + x \frac{\partial \mathfrak{S}}{\partial x} + \varrho \frac{\partial \mathfrak{S}}{\partial \varrho} \right] \right),$$

$$0 = \frac{\partial P}{\partial x} + A \left( -v \frac{\partial \mathfrak{S}}{\partial x} \varrho^2 \right. \\ \left. + \frac{\partial \psi}{\partial x} \left[ 3 \mathfrak{S} + x \frac{\partial \mathfrak{S}}{\partial x} + \varrho \frac{\partial \mathfrak{S}}{\partial \varrho} \right] \right).$$

Nennen wir  $\mathfrak{U}$  die Grösse

$$3\mathfrak{E} + x \frac{\partial \mathfrak{E}}{\partial x} + \varrho \frac{\partial \mathfrak{E}}{\partial \varrho},$$

so ergibt die Elimination von  $P$

$$(3) \quad 0 = v \varrho \frac{\partial \mathfrak{U}}{\partial x} + \frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{\partial \mathfrak{U}}{\partial \varrho} - \frac{\partial \psi}{\partial \varrho} \frac{\partial \mathfrak{U}}{\partial x}.$$

Soll die Geschwindigkeit im Aether überall endlich bleiben, so muss

$$\frac{\partial \psi}{\partial x} = 0$$

sein, dann haben wir

$$v \varrho = \frac{\partial \psi}{\partial \varrho}, \quad v = -\alpha.$$

Es strömt also der Aether in Bezug auf das mit der Geschwindigkeit  $v$  in der Richtung  $x$  zugleich mit der Ladung bewegte Coordinatensystem mit derselben Geschwindigkeit in entgegengesetzter Richtung, ruht also in Bezug auf ein ruhendes Coordinatensystem. Dies Ergebniss ist deshalb bemerkenswerth, weil daraus hervorgeht, dass in der Bewegung electrischer Quanta kein Grund für eine Bewegung des Aethers liegt, wie es Helmholtz annimmt.

Dagegen können Bewegungen eintreten, wenn der Aether eine von Null verschiedene Trägheit hat. Ich gebe die Rechnung für diesen Fall, weil man daraus eine Vorstellung von der Grössenordnung der Dichte erhält, die gegebenen Falls dem Aether beizulegen wäre. Dann sind zu den Gliedern der Gleichungen (1) noch die Componenten der Beschleunigungen

$$s \frac{d\alpha}{dt}, \quad s \frac{d\beta}{dt}, \quad s \frac{d\gamma}{dt}$$

hinzuzufügen, wo  $s$  die Dichtigkeit des Aethers bezeichnet und

$$\begin{aligned} \frac{d\alpha}{dt} &= \frac{\partial \alpha}{\partial t} + \alpha \frac{\partial \alpha}{\partial x} + \beta \frac{\partial \alpha}{\partial y} + \gamma \frac{\partial \alpha}{\partial z}, \\ \frac{d\beta}{dt} &= \frac{\partial \beta}{\partial t} + \alpha \frac{\partial \beta}{\partial x} + \beta \frac{\partial \beta}{\partial y} + \gamma \frac{\partial \beta}{\partial z}, \\ \frac{d\gamma}{dt} &= \frac{\partial \gamma}{\partial t} + \alpha \frac{\partial \gamma}{\partial x} + \beta \frac{\partial \gamma}{\partial y} + \gamma \frac{\partial \gamma}{\partial z} \end{aligned}$$

sind.



In dem soeben betrachteten Falle ist das System stationär in Bezug auf das bewegte Coordinatensystem. Es ist also

$$\frac{\partial \alpha}{\partial t} = \frac{\partial \beta}{\partial t} = \frac{\partial \gamma}{\partial t} = 0.$$

Setzen wir die Werthe von  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  ein, so ergibt die Elimination von  $P$

$$\begin{aligned} & \frac{1}{A} \frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{\partial}{\partial \varphi} \left[ \frac{1}{\varphi^3} \left( \frac{\partial^3 \psi}{\partial \varphi^3} - \frac{1}{\varphi} \frac{\partial \psi}{\partial \varphi} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} \right) \right] \\ & - \frac{1}{A} \frac{\partial \psi}{\partial \varphi} \frac{\partial}{\partial x} \left[ \frac{1}{\varphi^3} \left( \frac{\partial^3 \psi}{\partial \varphi^3} - \frac{1}{\varphi} \frac{\partial \psi}{\partial \varphi} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} \right) \right] \\ & + \frac{v \varphi}{s} \frac{\partial \Pi}{\partial x} + \left( \frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{\partial \Pi}{\partial \varphi} - \frac{\partial \psi}{\partial \varphi} \frac{\partial \Pi}{\partial x} \right) \frac{1}{s} = 0. \end{aligned}$$

Diese Gleichung wird erfüllt, wenn

$$\begin{aligned} \frac{1}{\varphi} \frac{\partial \psi}{\partial \varphi} &= v + \frac{1}{\varphi} \frac{\partial \psi_1}{\partial \varphi}, \\ \frac{1}{\varphi} \frac{\partial \psi}{\partial x} &= \frac{1}{\varphi} \frac{\partial \psi_1}{\partial x}, \\ \frac{1}{\varphi^3} \left( \frac{\partial^3 \psi_1}{\partial \varphi^3} - \frac{1}{\varphi} \frac{\partial \psi_1}{\partial \varphi} + \frac{\partial^2 \psi_1}{\partial x^2} \right) &= - \frac{\Pi A}{s} \end{aligned}$$

ist. Es ist

$$\Pi = - \frac{3 \mathfrak{H}}{(x^2 + \varphi^2 (1 - A^2 v^2))^{\frac{3}{2}}}.$$

Um die Differentialgleichung zu integrieren, setzen wir

$$\psi_1 = \varphi \varphi.$$

Dann wird

$$\frac{\partial^3 \varphi}{\partial \varphi^3} + \frac{1}{\varphi} \frac{\partial \varphi}{\partial \varphi} - \frac{1}{\varphi^3} \varphi + \frac{\partial^3 \varphi}{\partial x^2} = - \frac{\varphi \Pi A}{s}$$

Wir betrachten zunächst die Differentialgleichung

$$\frac{\partial^3 \varphi_1}{\partial \varphi^3} + \frac{1}{\varphi} \frac{\partial \varphi_1}{\partial \varphi} + \frac{1}{\varphi^3} \frac{\partial^2 \varphi_1}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^3 \varphi_1}{\partial x^2} = - \frac{\varphi \Pi A}{s} \sin \vartheta.$$

Deren Integral ist

$$\begin{aligned} \varphi_1 &= \frac{A}{4 \pi s} \iiint \frac{d \varphi' d \vartheta' d x' \varphi'^2 \Pi' \sin \vartheta'}{\sqrt{(x-x')^2 + \varphi^2 + \varphi'^2 - 2 \varphi \varphi' \cos (\vartheta - \vartheta')}} , \\ &= S \sin \vartheta, \end{aligned}$$

$$S = \frac{A}{4 \pi s} \iint \varphi'^2 d \varphi' d x' \Pi' R,$$

$$R = \frac{2}{\sqrt{\varphi' \varphi}} \left( \left( \frac{2}{x} - x \right) K - \frac{2}{x} E \right),$$

$$x^2 = \frac{4 \varphi' \varphi}{(x' - x)^2 + (\varphi + \varphi')^2}, \quad K = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\varphi}{\sqrt{1 - x^2 \sin^2 \varphi}}, \quad E = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\varphi}{\sqrt{1 - x^2 \sin^2 \varphi}}.$$

Dann genügt  $S$  der Differentialgleichung

$$\frac{\partial^2 S}{\partial \varphi^2} + \frac{1}{\varphi} \frac{\partial S}{\partial \varphi} - \frac{1}{\varphi^2} S + \frac{\partial^2 S}{\partial x^2} = -\frac{\varphi \parallel A}{s}$$

und es ist also  $\varphi = S$ .

Es sind dies dieselben Ausdrücke, die bei den kreisförmigen Wirbelringen in einer Flüssigkeit die Geschwindigkeiten ergeben, wo dann die  $x$ -Axe die Axe der Wirbelringe ist, wenn die Drehungsgeschwindigkeit der Flüssigkeitstheilchen um die kreisförmige Drehungsaxe

$$\frac{3 \varphi \varphi A}{2 s [x^2 + \varphi^2 (1 - A^2 v^2)]^2} \text{ ist.}$$

Die Grössenordnung der eintretenden Bewegung hängt also in erster Linie von der Grösse

$$\frac{3 v e^2 A^2 (1 - A^2 v^2) \varphi}{2 s [x^2 + \varphi^2 (1 - A^2 v^2)]^2}$$

ab. Bei constantem  $e$  und  $s$  hat sie ein Maximum für

$$v = \frac{1}{\sqrt{3} A}$$

und ist gleich

$$\frac{e^2 A}{\sqrt{3} s}.$$

Electrische Ladungen, die mit einer annähernd so grossen Geschwindigkeit durch den Raum fliegen, haben wir bei den Kathodenstrahlen.

Nehmen wir an, es würden dort  $6 \cdot 10^4$  electrostatische Einheiten in der Secunde transportirt und nehmen wir für die Geschwindigkeit ein Drittel Lichtgeschwindigkeit, so wäre in einem Rohr von 50 cm Länge beständig eine Ladung von  $3 \cdot 10^{-4}$  in Bewegung. Die Grösse der Drehungsgeschwindigkeit wäre dann für  $x = 0$  und  $\varphi = 1$  mm annähernd

$$\frac{1}{2} 10^{-10} \frac{1}{s}.$$

Ausserhalb der Röhre würden bemerkbare Bewegungen nur bei ausserordentlich geringer Dichte des Aethers eintreten.

Ueber die Vorgänge in unmittelbarer Nähe der Ladung lässt sich nichts Bestimmtes aussagen.<sup>1)</sup>

**Reflexion an bewegten durchsichtigen Medien.**

Ein Beispiel, wo die Spannungen im Aether Bewegung hervorrufen würden, bietet die Reflexion electromagnetischer ebener Wellen an der Grenze bewegter Isolatoren. Bezeichnen wir den Einfallswinkel mit  $\varphi$ , mit dem Index  $e$  die einfallenden, mit  $r$  die reflectirten Componenten, so ist nach den bekannten Gesetzen

$$Y_e = \sin \left( \frac{x \sin \varphi + z_1 \cos \varphi}{\lambda} - \frac{t}{T} \right) 2\pi,$$

$$L_e = \cos \varphi \sin \left( \frac{x \sin \varphi + z_1 \cos \varphi}{\lambda} - \frac{t}{T} \right) 2\pi,$$

$$N_e = -\sin \varphi \sin \left( \frac{x \sin \varphi + z_1 \cos \varphi}{\lambda} - \frac{t}{T} \right) 2\pi.$$

Bewegen wir die Platte mit der Geschwindigkeit  $v$  in der Richtung  $z$ , so haben wir für die reflectirten Wellen nach Lorentz zu setzen

$$Y_r = R \sin \left( \frac{x \sin \varphi - z_1 \cos \varphi}{\lambda} + \frac{A^2 v z_1}{T} - \frac{t}{T} \right) 2\pi,$$

$$L_r = -R \sin \left( \frac{x \sin \varphi - z_1 \cos \varphi}{\lambda} + \frac{A^2 v z_1}{T} - \frac{t}{T} \right) 2\pi,$$

$$N_r = -R \sin \left( \frac{x \sin \varphi - z_1 \cos \varphi}{\lambda} + \frac{A^2 v z_1}{T} - \frac{t}{T} \right) 2\pi$$

bezogen auf ein mit der Platte bewegtes Coordinatensystem. Beziehen wir alles auf ein festes Coordinatensystem, so haben wir  $z_1 = z - vt$  zu setzen. Der Factor  $R$  ist nicht genau derselbe, wie bei ruhendem System. Durch den electromagnetischen Druck wird Arbeit geleistet oder verbraucht und diese vermindert oder vermehrt die Energie der Strahlung. Die Grenzbedingungen lassen sich aber nur erfüllen, wenn man annimmt, dass diese Veränderung der Energie sich auf reflectirte und gebrochene Strahlen so vertheilt, als ob die ankommende Welle schon die in dem Verhältniss dieser Arbeit vermehrte oder verminderte Energie mit sich führe.

1) Ich habe mit dem Jamin'schen Interferentialrefractor den Versuch gemacht, ob ein durch eine Vacuumröhre gehender Lichtstrahl durch die Kathodenstrahlen beschleunigt wird; das Ergebniss war aber durchaus negativ.

Aus den gegebenen Werthen folgt, wenn wir Grössen von der Ordnung  $Av$  vernachlässigen

$$\mathfrak{X} = \frac{\partial \mathfrak{H}}{\partial x} - \frac{\partial \mathfrak{P}}{\partial z} = \frac{2 \sin 2 \varphi}{\lambda} R \left\{ \frac{1}{\lambda} \sin \left( \frac{2 \pi \cos \varphi}{\lambda} - \frac{2 v t \cos \varphi}{\lambda} \right) 2 \pi \right\},$$

Setzen wir

$$0 = \frac{\partial \alpha}{\partial x} + \frac{\partial \gamma}{\partial z},$$

also

$$\alpha = \frac{\partial \psi}{\partial z} \quad \gamma = - \frac{\partial \psi}{\partial x},$$

so ergeben die Gleichungen

$$0 = \frac{\partial \mathfrak{X}}{\partial t} + \frac{\partial \psi}{\partial z} \frac{\partial \mathfrak{X}}{\partial x} - \frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{\partial \mathfrak{X}}{\partial z},$$

also

$$\frac{\partial \psi}{\partial x} = -v \quad \gamma = v.$$

Die Spannung im Aether würde also erst aufhören, wenn er sich mit derselben Geschwindigkeit bewegt, wie die bewegte Platte. Dies gilt aber nur für kleine Geschwindigkeiten. Für grössere würden sich ziemlich verwickelte, von der Schwingungsdauer abhängige Werthe ergeben.

Dass die Mitbewegung des Aethers die Spannungen im Aether nur in erster Annäherung aufhebt, hängt damit zusammen, dass durch die Bewegung noch Aberration des Strahls hervorgerufen wird, die bekanntlich durch die Annahme bewegten Aethers nicht ohne weiteres erklärt werden kann.

Es erscheint nicht ganz aussichtslos, Experimente in der Richtung anzustellen, ob bei der Reflexion an schnell bewegten Platten der Aether in der Richtung der Bewegung mitgeführt wird.

#### Die Annahme ruhenden Aethers.

Nach dem Vorhergehenden können wir die Möglichkeit, dass sich der Aether bewege, nicht ganz in Abrede stellen. Aber die Schwierigkeiten der Durchführung einer derartigen Annahme dürfte schon in den skizzirten Beispielen zur Genüge hervortreten. Sobald es daher gelingt, allen bisher beobachteten Thatsachen gerecht zu werden, wenn man den Aether als ruhend betrachtet, so wird sich dieser Weg zunächst schon durch seine Einfachheit empfehlen. Allerdings verletzen wir dann von vornherein ein sehr allgemeines mechanisches Prin-

cip, dass der Gleichheit von Wirkung und Gegenwirkung, wenn wir nicht annehmen wollen, dass die electromagnetischen Spannungen, die den Aether in Bewegung setzen wollen, durch ein bestimmtes starres Gefüge aufgehoben werden. Und überhaupt wird der Aether, wenn wir ihm Beweglichkeit absprechen, zu einem Substrat von höchst unbestimmten Eigenschaften, das wir eigentlich nur noch gebrauchen, um uns den endlichen Werth der Lichtgeschwindigkeit verständlicher zu machen.

Aber jedem, dem es zunächst nur auf die allgemeinste Darstellung der Thatsachen ankommt, wird sich dieser Weg besonders empfehlen.

Die Annahme eines ruhenden Aethers war eigentlich die von Fresnel vertretene, obwohl dort noch von einer theilweisen Fortführung des Aethers die Rede ist. Diese Fortführung findet aber nur im Innern der wägbaren Körper statt, sobald diese selbst bewegt werden und kann vollkommen durch die Anschauung ersetzt werden, dass das, was fortgeführt wird, nicht der Aether selbst ist, sondern der Theil der electromagnetischen Energie, der an ponderablen Körpern haftet. Dies tritt sehr deutlich in der Berechnung von Reiff<sup>1)</sup> heraus, aus der hervorgeht, dass der Fresnel'sche Coefficient der Fortführung für einen Lichtstrahl im bewegten Medium sich ergibt, wenn der Aether selbst ruht, die electromagnetische Energie theilweise im Aether, theilweise in der ponderablen Substanz vorhanden ist.

Eine genaue Durchführung der Theorie unter Zugrundelegung der Annahme ruhenden Aethers und unveränderlich geladenen Ionen sowie vollständige Discussion aller wesentlichen Beobachtungsergebnisse ist in der Arbeit von H. A. Lorentz<sup>2)</sup> enthalten. Von ganz ähnlichen Gesichtspunkten geht E. Wiechert<sup>3)</sup> aus.

Lorentz erhält aus seiner Annahme unmittelbar den Fresnel'schen Coefficienten der Fortführung des Lichtes durch bewegte Medien, die Aberration und das Doppler'sche Princip. Alle drei hängen unmittelbar zusammen und ergeben sich aus einem allgemeinen Satze, wonach alle für ruhende Körper

1) Reiff, Wied. Ann. 50. p. 367. 1893

2) Lorentz, Versuch einer Theorie der electrischen und optischen Erscheinungen in bewegten Körpern. Leyden 1893.

3) Wiechert, Theorie der Electrodynamik. Königsberg 1896.

geltenden Gleichungen kleiner Schwingungen auf bewegte übertragen werden können, wenn anstatt der Zeit  $t$  die Variable  $t - t_1 v A$  einführt, wo  $t_1$  die Zeit bedeutet, die das Licht gebraucht, um im freien Aether von einem festen Punkte an einen beliebig betrachteten zu gelangen, und  $v A$  das Verhältniss der Geschwindigkeit des Körpers zur Lichtgeschwindigkeit ist.

Für den Fortführungscoefficienten ergibt sich dabei noch ein weiteres Correctionsglied, das dadurch bedingt wird, dass durch die Bewegung auch eine Aenderung der Schwingungsdauer nach dem Doppler'schen Princip eintritt. Es folgt auch unmittelbar, dass der Einfluss der Erdbewegung sich *nur* in der Aberration zeigt und dass die prismatische Ablenkung und die Beobachtung der Wellenlänge durch Gitter nicht beeinflusst wird. Ebenso folgt, dass ein stationärer Strom auf einen anderen Draht durch die Erdbewegung keine Inductionswirkung ausübt, weil durch die Bewegung eine electrostatische Ladung erzeugt wird, welche die Wirkung compensirt.

Bei der Inductionswirkung tritt der Einfluss der Erdbewegung nur im Verhältniss der Grösse  $v^2 A^2$  auf, sodass hier keine Aussicht auf experimentelle Bestätigung vorhanden ist.

Nachdem durch die ausführlich durchgearbeitete Theorie von Lorentz die Annahme unbeweglichen Aethers sich als vollkommen ausreichend erweist, um eine Anzahl der mannichfaltigen und bisher wenig erklärten Erscheinungen des Einflusses der Bewegung auf die electromagnetischen Vorgänge zu deuten, müssen wir nun auf eine Schwierigkeit principieller Natur hinweisen, die bei consequenter Durchführung dieser Theorie entsteht.

Diese Schwierigkeit hängt eng damit zusammen, dass veränderliche electromagnetische Zustände Kräfte hervorrufen, die den Aether in Bewegung setzen würden, wenn er beweglich wäre. Denken wir uns einen Körper im freien Aether etwa in der Form einer dünnen Platte, die auf beiden Seiten verschiedenes Ausstrahlungsvermögen für Wärmestrahlen besitzt. Da nun nach der Maxwell'schen Theorie die ausgesandten Strahlen einen Druck auf die Oberfläche ausüben, so würde dieser Druck auf der Seite des grösseren Ausstrahlungsvermögens überwiegen und den Körper in Bewegung setzen.

Wir hätten also hier den Fall, dass ein Körper seinen Schwerpunkt durch seine eigene innere Energie in Bewegung setzt. Nehmen wir also den Aether als unbeweglich an, so würde eine Verletzung des allgemeinen Satzes vom Schwerpunkt vorliegen. Dagegen würde die Annahme beweglichen Aethers, der Trägheit besitzt, diesem Einwande entgegen.

Indessen kann möglicherweise der Satz vom Schwerpunkt specieller Natur sein und sich auf gewisse Gruppen von Wirkungen beschränken, bei denen keine bewegenden Kräfte im Aether auftreten, wie das bei den gewöhnlich beobachteten ponderomotorischen Wirkungen thatsächlich der Fall ist.

Unter allen Umständen ist dieser Punkt für die weitere theoretische Ausbildung besonders im Auge zu behalten.

#### Die Versuchsergebnisse.

Nachdem wir die beiden voneinander zu trennenden theoretischen Aufstellungen besprochen haben, wollen wir einen Blick auf die Versuche machen, die bisher angestellt sind.

Die hauptsächlichsten Experimente, die sich auf unsere Frage beziehen, sind folgende:

##### A. Versuche mit positivem Ergebniss.

1. Die Aberration des Lichtes der Fixsterne. Die Aberration fand bekanntlich eine einfache Erklärung durch die Emissionshypothese des Lichtes. Die Schwierigkeiten in der Undulationstheorie sind erst ganz neuerdings von H. A. Lorentz durch die Annahme *ruhenden* Aethers beseitigt.

2. Das Doppler'sche Princip ist zwar seiner Natur nach von allgemeiner kinematischer Bedeutung, muss aber doch bei der Frage bewegten oder ruhenden Aethers berücksichtigt werden.

3. Der Versuch von Fizeau und seine Wiederholung durch Michelson und Morley. Ein Lichtstrahl, der durch fließendes Wasser in der Richtung der Bewegungen geht, erfährt eine Beschleunigung des Ganges im Verhältniss  $1 + v (1 - (1/n^2))$ , wo  $v$  die Geschwindigkeit,  $n$  den Brechungsindex des Wassers bezeichnen. Dies Ergebniss findet in der Annahme ruhenden Aethers seine vollständige Erklärung.



## B. Versuche mit negativem Ergebniss.

1. Der Versuch Aragos, ob durch die Bewegung der Erde die Brechung des von den Fixsternen stammenden Lichtes beeinflusst wird.

2. Der Interferenzversuch Ketteler's. Durch zwei mit Wasser gefüllte, gegeneinander geneigte Röhren werden die beiden Strahlen eines Interferentialrefractors in der Weise geschickt, dass der eine Strahl die eine Röhre nach der ersten Reflexion (an der einen Glasplatte), der andere Strahl die zweite Röhre nach der zweiten Reflexion (an der anderen Glasplatte), also in entgegengesetzter Richtung durchläuft. Trotzdem beide Röhren durch die Erdbewegung mitgenommen werden, zeigt sich keine Veränderung der Interferenzstreifen, obwohl der eine Strahl beschleunigt, der andere verzögert wird.

Beide Ergebnisse folgen unmittelbar aus der Annahme ruhenden Aethers.

3. Der Versuch von Klinkerfues, ob die Absorptionslinie des Natriumdampfes durch die Bewegung der Erde beeinflusst werde.

Das positive Ergebniss von Klinkerfues würde mit der Theorie ruhenden Aethers unvereinbar sein. Doch ist die gefundene Verschiebung so gering, dass Beobachtungsfehler nicht ausgeschlossen sind.

4. Der Versuch von Des Coudres, ob die Inductionswirkung von zwei Drahtrollen auf eine dritte dadurch beeinflusst wird, dass die Richtung der Induction jeder Rolle einmal in die Richtung der Erdbewegung, dann in die dazu Senkrechte fällt.

H. A. Lorentz hat nachgewiesen, dass dieser Einfluss bei ruhendem Aether nur von dem Quadrat des Verhältnisses der Geschwindigkeit der Erde zur Lichtgeschwindigkeit abhängt, also nicht beobachtbar ist, weil durch die Erdbewegung eine electrostatische Ladung auf den Stromleitern entsteht, welche die Wirkung erster Ordnung aufhebt.

5. Die Versuche von Lodge, um zu untersuchen, inwieweit durch die Bewegung schwerer oder magnetisirbarer Massen der umgebende Aether mitgenommen wird.

6. Die Versuche von Zehnder, ob der Aether durch die



Bewegung eines Kolbens in einem luftverdünnten Raum mitbewegt wird.

Die Versuche beider Beobachter wurden mit empfindlichen Interferenzmethoden angestellt und ergaben negatives Ergebniss, stimmen also mit der Annahme ruhenden Aethers ohne weiteres überein.

7. Die Versuche von Mascart über die Drehung der Polarisationssebene im Quarz. Es zeigte sich keine Veränderung der Drehung, wenn die Lichtstrahlen einmal die Richtung der Erdbewegung, dann die entgegengesetzte hatten.

H. A. Lorentz hat die Theorie dieser Erscheinung gegeben und findet, dass unter Annahme ruhenden Aethers die Erdbewegung einmal die bestehende Drehung verändert und noch unabhängig eine zweite hinzufügt.

Das negative Ergebniss der Mascart'schen Beobachtungen würde ergeben, dass im Quarz diese beiden durch den Einfluss der Erdbewegung hervorgerufenen Drehungen sich gerade aufheben.

8. Der Versuch von Röntgen, ob durch die Bewegung der Erde von einem geladenen Condensator magnetische Kräfte erzeugt werden.

Das negative Ergebniss dieses Versuches ist mit der Annahme ruhenden Aethers nicht vereinbar.

Auch electricische Ladungen und Magnete müssten durch die Bewegung der Erde magnetische, bez. electricische Kräfte hervorrufen. Das Fehlen dieser Kräfte wäre ebenfalls mit der Voraussetzung ruhenden Aethers nicht vereinbar.

9. Der Versuch Fizeau's über den Einfluss der Erdbewegung auf die Drehung der Polarisationssebene durch Glasäulen. Das positive Ergebniss dieses Versuches ist neuerdings angezweifelt worden. Es würde mit der Annahme ruhenden Aethers nach den Untersuchungen von H. A. Lorentz nicht vereinbar sein.

10. Der Versuch von Michelson und Morley. Wenn der Aether ruht, so muss die Zeit, die ein Lichtstrahl braucht, um zwischen zwei Glasplatten hin und herzugehen, sich ändern, wenn die Platten sich bewegen. Die Veränderung hängt von der Grösse  $v^2/c^2$  ab, müsste aber bei Anwendung von Interferenzen beobachtbar sein.

Das negative Ergebniss ist mit der Annahme ruhenden Aethers unvereinbar. Diese Annahme kann nur durch die Hypothese gehalten werden, dass die Längendimensionen fester Körper durch die Bewegung durch den ruhenden Aether hindurch in demselben Verhältniss geändert werden, um die Verlängerung des Weges des Lichtstrahls zu compensiren.

Die Annahme beweglichen Aethers würde die Möglichkeit ergeben, dass der Aether durch die Bewegung der Erde mitgenommen wird und relativ zu ihr ruht. Dadurch würden alle negativen Versuchsergebnisse erklärt sein. Es bliebe dann aber die Erklärung der Aberration übrig.

#### Gravitation und Trägheit.

Dass die Gravitation eine Ausnahmestellung einnimmt und keine bemerkbaren Beziehungen zu den übrigen Naturerscheinungen hat, ist schon oft hervorgehoben worden. Ihre Zurückführung auf Druckkräfte wird durch die Thatsache erschwert, dass der Energievorrath eines gravitirenden Systems bei unendlicher Entfernung der einzelnen Massentheile seinen grössten Werth hat. Es ist aber nicht immer deutlich genug hervorgehoben, dass die Beschleunigung schwerer Massen höchst wahrscheinlich mit der Gravitation zusammen hängt, weil durch die Beschleunigung und durch die Gravitation zwei voneinander unabhängige Definitionen der Masse gewonnen werden, die, soweit die hier sehr genauen Beobachtungen reichen, vollkommen übereinstimmen. Verlangt man eine weitere Erklärung der Gravitation, so müsste sie gleichzeitig davon Rechenschaft geben, weshalb Arbeitsaufwand zur Beschleunigung schwerer Massen erforderlich ist. Dass die beiden Definitionen der Masse übereinstimmen, müsste dann als eine Folge dieser Erklärung herauskommen. Ob eine solche Theorie sich auch auf den Aether zu stützen hat, lässt sich nicht mit Sicherheit behaupten, ist aber wahrscheinlich.

Es muss hier aber auch hervorgehoben werden, dass es keineswegs feststeht, ob eine Zurückführung aller Wirkungen auf Spannungen im Aether gelingen kann, ebenso wie es zweifelhaft bleibt, ob die Vorgänge im Aether sich durch die Gesetze der Mechanik vollkommen befriedigend darstellen lassen.

Fassen wir nun die Ergebnisse zusammen, so ist der Eindruck der, dass noch eine Anzahl von Fragen zu erledigen sind, bevor wir uns für den von der Wissenschaft zu betretenden Weg entscheiden können.

Die Annahme beweglichen Aethers ohne Trägheit führt, wie wir gesehen haben, zu wenig wahrscheinlichen Consequenzen.

Als Experiment, welches für diese Annahme von Wichtigkeit wäre, empfiehlt sich der Versuch, ob der Aether durch die Bewegung reflectirender durchsichtiger Medien in Bewegung gesetzt wird.

Da aber der Aether durch die Bewegung fester Körper soweit bis jetzt bekannt, nicht in Bewegung gesetzt wird, so ist ein negatives Ergebniss wahrscheinlich.

Der Annahme ganz ruhenden Aethers stehen folgende Schwierigkeiten entgegen:

1. Verletzung des Satzes vom Schwerpunkt (bez. der Gleichheit von Wirkung und Gegenwirkung).
2. Die negativen Ergebnisse der Versuche von Michelson und Morley, der von Röntgen und möglicherweise die Versuche von Mascart und Fizeau.

Es wäre daher dringend erwünscht, folgende Experimente zu wiederholen oder neu anzustellen.

1. Wirkt die Erdbewegung auf die Drehung der Polarisationssebene
  - a) natürlich drehender Substanzen,
  - b) durch Glassäulen.
2. Ruft die Erdbewegung durch die Bewegung electrischer Ladungen die von der Theorie geforderten magnetischen Kräfte und durch die Bewegung von Magneten die entsprechenden electrischen Kräfte hervor?

Wenn die Ergebnisse dieser Versuche vollkommen klar gestellt sind, wird sich zeigen, ob die sonst so einfache Theorie ruhenden Aethers beizubehalten oder aufzugeben ist. Sollte sie aufgegeben werden müssen, so würde, wie mir scheint, nur der von Des Coudres angegebene Ausweg übrig bleiben; nämlich Einfluss der Gravitation auf den Lichtäther. Diese Annahme scheint mir gleichbedeutend mit der Voraussetzung einer geringen trägen Masse des Lichtäthers zu sein.

Es würde sich dann erklären, dass die Erde infolge ihrer bedeutenden Gravitation den Aether mitzieht, während die Bewegung kleiner fester Körper auf der Erde keinen Einfluss hat. Das negative Ergebniss der erwähnten Versuche wäre ohne weiteres erklärt.

Dann würden aber im wesentlichen die Schwierigkeiten in der Erklärung der Aberration bestehen bleiben, auf die H. A. Lorentz aufmerksam gemacht hat. Ob dieselben aber nicht doch zu überwinden sind, wenn die Mitbewegung des Aethers unter Einfluss der Gravitation in Rechnung gezogen wird, bedarf einer besonderen Untersuchung. Zu dem Zwecke wäre das hydrodynamische Problem zu erledigen, die Bewegungen einer Flüssigkeit zu bestimmen, durch die ein Punkt mit constanter Geschwindigkeit sich bewegt, der die einzelnen Flüssigkeitstheile nach dem Newton'schen Gesetze anzieht.

Die Maxwell'schen Spannungen, die den Aether in Bewegung setzen würden, sind immer, weil sie mit der reciproken Lichtgeschwindigkeit multiplicirt erscheinen, so klein, dass die Bewegungen auch bei sehr geringer träger Masse im allgemeinen unmerklich werden.

Aufgabe der Theorie wäre es dann, solche Beispiele aufzusuchen, wo die Bewegung des Aethers thatsächlich beobachtet werden könnte.

## PHYSIK UND CHEMIE.

NEUE FOLGE. BAND 65.

1. *Ueber die Messung electrischer Wellenlängen mittels der Quincke'schen Interferenzröhre; von P. Drude.*

(Hierzu Taf. II.)

Beim Studium der Arbeiten V. v. Lang's<sup>1)</sup> über diesen Gegenstand war es mir aufgefallen, dass die von ihm ermittelten Wellenlängen nahezu unabhängig von der Grösse der Kugeln des Wellenerregers waren, und sehr stark von den Zahlen abwichen, welche Righi<sup>2)</sup> durch Interferenzen bei der Reflexion an Metallwänden erhalten hat. Da ich nun zum Zweck des Studiums der Absorption kurzer electrischer Wellen in verschiedenen Substanzen die Periode der Wellen kennen musste, so habe ich die Versuchsanordnung V. v. Lang's aufgenommen, und suchte zunächst festzustellen, ob die Periode der Wellen durch Nebenumstände wesentlich beeinflusst würde. Ich erhielt das Resultat, dass die Länge der von einem Righi'schen Erreger entsandten Wellen, wenn man sie mit Hilfe einer Quincke'schen Interferenzröhre misst, wesentlich von dem Durchmesser derselben beeinflusst wird. Bei meinen Versuchen war die Wellenlänge nahezu gleich dem doppelten Durchmesser der Interferenzröhre. Eine Aenderung der Grösse der Metalltheile im Cohärer oder der Länge desselben beeinflusst die gemessene Wellenlänge nicht.

**Versuchsanordnung.**

Dieselbe war im Wesentlichen dieselbe, wie die v. Lang's, d. h. ein Righi'scher Erreger sandte seine Wellen auf eine mit eisernen Schrauben gleicher Grösse gefüllte Glasröhre, deren Widerstandsverminderung an einem Wiedemann'schen

1) V. v. Lang, Sitzungaber. d. k. Gesellsch. d. Wissensch. zu Wien (II) 104. 1895; 105. 1896; Wied. Ann. 57. p. 430. 1896.

2) A. Righi, Beibl. 18. p. 134. 960. 1894.

Spiegelgalvanometer gemessen wurde. Dieselbe war sehr bedeutend, der Widerstand betrug im normalen Zustande 2000 bis 3000 Ohm, während er durch einen Funken im Erreger unter Umständen auf 3 Ohm herabsank.

Die Glasröhre (von beiläufig etwa 2 cm Durchmesser und 13 cm Länge) war durch Messingbacken, welche in Korkstopfen sassen, geschlossen, von ihnen führte eine Leitung zu einer Multiplicatorrolle eines Galvanometers und einem Accumulator, der Widerstand der Galvanometerrolle inclusive Zuleitung und Accumulator betrug 1,07 Ohm. Der Accumulator und der Cohärer befanden sich in einem, mit zwei Oeffnungen  $S_1$  und  $S_2$  versehenen, durch einen straff überschiebbaren Deckel verschliessbaren Zinkblechkasten; an der einen Oeffnung  $S_1$  von 8,5 cm Durchmesser war eine Blechröhre (Einlassrohr) von gleichem Durchmesser und 12 cm Länge angelöthet. Durch ihre vordere Oeffnung drangen die electricischen Wellen in den Kasten. Sie konnte durch verschiedene metallische Diaphragmen, oder durch einen Metalldeckel verschlossen werden. Die andere Oeffnung  $S_2$  an einer anderen Seite des Kastens von 2,5 cm Durchmesser trug einen 5 cm langen Messingrohrstutzen. In denselben war ein 2 cm weites, 2 m langes Messingrohr eingesteckt, welches zur Galvanometerrolle führte, und in welchem die Zuleitungen zu derselben lagen. Die Galvanometerrolle war überall dicht mit Stanniol beklebt; ein biegsamer Stanniolüberzug stellte einen metallisch völlig geschlossenen Contact mit dem Messingrohr her, ebenso war Stanniol um dasselbe und den Metallstutzen der Oeffnung  $S_2$  gewickelt und festgebunden. Durch solche Stanniolverbindungen bewahrt man eine Beweglichkeit der ganzen Anordnung in gewissen Grenzen, ohne dass der metallische Schluss undicht für die electricischen Wellen würde. In der That, wenn das Einlassrohr metallisch geschlossen wurde, zeigte das Galvanometer keinen Ausschlag bei Thätigkeit des Erregers.<sup>1)</sup>

1) Es ist erstaunlich, wie empfindlich die Anordnung gegen kleine metallische Undichtigkeiten ist, selbst im Stanniolüberzuge der weit vom Erreger befindlichen Galvanometerrolle. Ein 1 mm grosses Loch konnte dort schon grosse Ausschläge hervorrufen. Nach meiner Ansicht werden dieselben nicht durch die direct vom Erreger durch die Luft übertragenen Wellen verursacht, welche wegen der grossen Entfernung nur schwach

Um den Cohärer bequem erschüttern und dadurch auf seinen normalen Widerstand bringen zu können, war an sein eines Ende ein Bindfaden geknüpft, der durch eine kleine seitliche Oeffnung  $S_3$  des Kastens nach aussen gelangte. Diese Oeffnung war für den Galvanometerausschlag ohne Einfluss, d. h. derselbe blieb Null, wenn das Einlassrohr metallisch verschlossen wurde. Durch den Beobachter wurde mittels des Bindfadens der Cohärer nach jeder Beobachtung um ein bestimmtes Stück (etwa  $\frac{1}{2}$  cm) gehoben und dann in sein (Holz-) Lager wieder fallen gelassen. Es stellte sich dann das Galvanometer nahezu immer auf dieselbe Anfangslage ein. Ursprünglich hatte ich beabsichtigt, durch einen electromagnetisch betriebenen Hammer den Cohärer zu erschüttern, eine von aussen in den Kasten geführte Drahtleitung verbot sich aber aus dem in der Anmerkung von p. 2 angeführtem Grunde, sodass die Erschütterung mit Hülfe des Fadens ein viel einfacheres und vollkommen genügendes Mittel bot.

Der Righi'sche Erreger war horizontal angeordnet. Er bestand aus zwei 8 mm im Durchmesser enthaltenden Messingkugeln, welche an zwei Glasröhren  $AA$  von je 6 cm Länge mit Siegellack angekittet waren und bis auf etwa  $\frac{1}{2}$  mm einander genähert wurden.<sup>1)</sup> (Vgl. Taf. II Fig. 1.) Die Glasröhren  $AA$  waren mit Siegellack in eine weitere Glasröhre  $B$  eingekittet, welche die Form eines T-Rohres mit kurzem, verticalen Ansatz  $C$  besass. In denselben wurde Petroleum eingegossen, sodass der Erregerfunken zwischen den Messingkugeln im Petroleum übersprang. Die Siegellackkittung hielt genügend dicht für das Petroleum. In die Glasröhren  $AA$  waren, durch Korke gehalten, zwei Kupferdrähte  $DD$  eingelassen, welche

sind, sondern die Wellen des in der Nähe des Kastens stehenden Erregers pflanzen sich aussen längs der Messingröhre fort und gelangen dann durch das Loch der Galvanometerhülle ins Innere. — Diese Fortpflanzung der Wellen längs Metalltheilen konnte ich mehrfach beobachten. Wenn man z. B. das Einlassrohr mit einem metallischen Diaphragma von 3 mm Oeffnung verschliesst, ist der Galvanometerausschlag sehr gering. Er wird aber sofort stark, wenn man isolirt einen Draht auf etwa 15 cm Länge durch das Diaphragma in den Kasten schiebt, falls der Draht aussen von den Erregerwellen gut getroffen wird.

1) Die Construction des Erregers hat viel Aehnlichkeit mit der von A. D. Cole in Wied. Ann. 57. p. 302. 1897 beschriebenen.



an ihren herausragenden Enden mit einem Inductionsapparat verbunden wurden, während ihre inneren Enden um etwa 1 mm von den Messingkugeln entfernt waren. Hier bildeten sich (in Luft) die Zuleitungsfunken des Erregers.<sup>1)</sup>

Das Inductorium war mit Deprezunterbrecher versehen und besass mit diesem eine Durchschlagskraft von etwa  $2\frac{1}{2}$  cm Luftstrecke. Durch einen Pendelunterbrecher wurde es zu jeder Beobachtung eine genau bestimmte Zeit (Bruchtheil einer Secunde) in Gang gesetzt. Der Contactstift des Pendelunterbrechers schlug durch Quecksilber, auf welches Petroleum aufgeschüttet war. Das Galvanometer macht dann, falls elektrische Wellen den Cohärer treffen, einen Ausschlag und erreicht bei seiner guten Dämpfung sehr schnell die Ruhelage, die dem verminderten Widerstand des Cohärers entspricht. Da das Stativ, welches den Blechkasten trug, auf einer steinernen Platte stand, die auf dem Kellergewölbe lag, so hielt sich der verminderte Widerstand des Cohärers anfangs nahezu constant, sodass die Ruhelage des Galvanometers bequem abgelesen werden konnte. Die Scala war etwa  $2\frac{1}{2}$  m vom Spiegel des Galvanometers entfernt.

Die Empfindlichkeit des Galvanometers konnte durch Veränderung des Abstandes der Multiplicatorrolle vom Magneten, eventuell auch durch einen Nebenschluss vor der Zuleitung zum Galvanometer beliebig variirt werden, sie wurde aber bei den eigentlichen Messungen nicht mehr geändert.

Bevor ich zu definitiven Messungen schritt, habe ich verschiedene Füllungen des Cohärers auf ihre Brauchbarkeit geprüft. Construiert man ihn, wie in den Marconi'schen Apparaten, mit kleinem Electrodenabstand und Füllung von Nickelfeile mit eventuellem Zusatz von Silberspähnen, so ist zwar die Empfindlichkeit weit höher, für Messzwecke ist aber die Construction unbrauchbarer. Entweder ist nämlich der galvanische Widerstand der normale, d. h. ein hoher, oder er wird bei Einwirkung einer genügend starken electrischen Welle sofort ausserordentlich klein; dagegen continuirliche Uebergänge für Zwischenwerthe der Intensitäten der Wellen finden

1) Die Anbringung von Kugeln an diesen Drahtenden (nach Righi'schem Muster) bot gar keinen Vortheil. Die Drähte *DD* waren 2 mm dick und an ihren inneren Enden abgerundet.



sich nicht in regelmässiger Weise. Diese ergaben sich bei weitem am besten, wenn man, wie V. v. Lang, eine Füllung von kleinen Eisenschrauben benutzte, und den Electrodenabstand des Cohärers nicht zu klein, d. h. etwa über 10 cm, wählte. Es wurden nahezu mit gleichem Erfolge drei verschiedene Schraubensorten benutzt:

1. 10 mm lang, 0,2 g schwer
2. 7 „ „ 0,09 „
3. 5 „ „ 0,13 „

Die letzte (kleinste) Sorte gab vielleicht die regelmässigsten Resultate. Wenn auch nicht die Einzelausschläge des Galvanometers auf wenige Procente miteinander übereinstimmten, was bei der ganzen Wirkungsweise des Cohärers auch gar nicht erwartet werden kann, so erhält man doch durch Mittel aus 5 oder 10 Beobachtungen gut brauchbare Resultate, wie die mitgetheilten Beobachtungen des Näheren darthun werden. Da diese schnell aufeinander gemacht werden können, so ist der Cohärer ein Instrument, welches bei aller Einfachheit und Bequemlichkeit bei der Beobachtung eine ganz staunenswerthe und messbar gut verwerthbare Empfindlichkeit für die minimale Energie der kürzesten electricen Wellen besitzt, sodass für manche Zwecke <sup>1)</sup> der Cohärer als Wellenindicator alle anderen, bisher vorgeschlagenen, in den Schatten stellt, wenigstens wenn es sich um sehr kurze electriche Wellen handelt.

Ich habe auch Versuche mit über- oder hängend aneinander gelegten Stricknadeln gemacht. Auch diese sprechen auf electriche Wellen durch Widerstandsverminderung an, aber weniger empfindlich und regelmässig. Die Wirksamkeit des Cohärers beruht nach meiner Ansicht darauf, dass bei Eintreffen sehr schneller Potentialschwankungen die schlecht leitende Oberflächenschicht (Oxydschicht) der sich berührenden Metalltheile durchbrochen wird, eventuell durch minimale Fünkchen, die man bei grosser Intensität der Wellen auch direct oder mit Hülfe einer Lupe sehen kann. Wenn einmal die Oxydschicht durchbrochen ist, so sind dadurch an der Berührungsstelle der Metalltheilchen gut leitende Brücken hergestellt. Diese werden durch eine Erschütterung des Cohärers wieder zerstört.

1) Zum Nachweis stehender Drahtwellen ist der Cohärer leider nicht brauchbar.

Als Bestätigung für diese Ansicht<sup>1)</sup> dient die Thatsache, dass Spähne aus Edelmetall (Silber) allein nicht brauchbar sind, da wegen der mangelnden Oxydschicht ihr normaler Widerstand zu klein ist, während Schrotkörner oder blau angelassene eiserne Nägel wegen zu starker Oxydschicht nicht brauchbar sind. Blanke Drahtnägeln geben nur geringe Ausschläge, wohl weil sie nur an wenig Stellen starker Krümmung miteinander in Berührung sind. Aus diesem Grunde sind wohl gerade die Schrauben mit ihrer unregelmässigen Oberfläche vortheilhaft. Eine grosse Anzahl von Metalltheilen, d. h. eine nicht zu geringe Länge des Cohärers ist für Messzwecke deshalb günstig, weil sich dann bei jeder einzelnen Beobachtung eher constante Mittelwerthe erwarten lassen. Die Empfindlichkeit sinkt natürlich durch Vermehrung der Metalltheile. Der Druck, mit dem die Metalltheile zusammengepresst werden, braucht nur ein mässiger zu sein, und es kommt dann auf die genaue Einhaltung bestimmter Grenzen nicht viel an. Ich habe die Glasröhre etwa zu  $\frac{3}{4}$  voll Schrauben gefüllt, und dann dieselben bei horizontaler Lage der Röhre durch Schütteln gleichmässig vertheilt. Die Schrauben werden dann also nur durch ihre Schwere aneinander gedrückt. An die Messingbacken des Cohärers waren kleine Stannioblättchen geklebt, an die sich die Schrauben an- und auflegten.

Es sind zwei verschiedene Interferenzröhren gleicher Länge, aber verschiedenen Durchmessers benutzt worden, nämlich von 4,7 cm und 2 cm Durchmesser. Die Fig. 2 stellt dieselben mit ihren Abmessungen in zusammengeschobenem Zustand dar. Jeder der Auszüge *AA* war in der durch die Stützen *CC* zusammengehaltenen Leitung *BB* straff verschiebbar. Auf *AA* war eine cm-Theilung angebracht. Die weite Interferenzröhre bestand aus Zinkblech-, die enge aus Messingröhren.

Der Erreger war (ohne Diaphragma) unmittelbar vor der Oeffnung *D* der Interferenzröhre angebracht; die andere Oeff-

1) Vielleicht ist die Reaction des Cohärers auf akustische Wellen (vgl. Auerbach, Wied. Ann. 64. p. 611. 1898), auf mechanische Entfernung der Oxydschicht zurückzuführen. Diese akustische Reaction war bei den von mir angewandten Cohärern übrigens ausserordentlich klein, und in ihrer Stärke gar nicht vergleichbar mit der electricischen Reaction.

nung  $E$  derselben wurde auf etwa 5 cm Länge in ein, das Einlassrohr des Blechkastens verschliessendes, knapp passendes, metallisches Diaphragma eingeschoben.

Bei einigen Versuchen war der Erreger in der Brennpunktlinie eines parabolischen Hohlspiegels aus Zinkblech von 1,9 cm Brennweite befestigt, dessen Seiten und Oeffnung metallisch verschlossen waren bis auf drei Löcher, welche einerseits die Zuleitungen zum Inductionsapparat, andererseits die Oeffnung  $D$  der Interferenzröhre eintreten liessen. Diese Beobachtungen sind unter der Rubrik: „Erreger mit Hohlspiegel“ angeführt.

### Messungen.

Der eine Auszug der Interferenzröhren war bei allen Beobachtungen um 10 cm aus der Lage seines tiefsten Einschubes ausgezogen. Im Folgenden bezeichnet  $A$  die Stellung des anderen Auszuges, von seinem tiefsten Einschub an gerechnet, in Centimetern. Ferner ist  $\alpha$  der Galvanometerausschlag in Scalentheilen (Millimetern), gerechnet von der unmittelbar vor der Beobachtung abgelesenen Galvanometerlage, wie sie dem normalen Widerstand (2000—3000 Ohm) des Cohärrers entspricht. Der Ausschlag  $\alpha_0$  des Galvanometers, vom wirklichen Nullpunkt an gerechnet, ist um etwa 10 Scalentheile grösser. Die Beobachtungen bei verschiedenen Stellungen  $A$  sind meist symmetrisch hinsichtlich der Zeit angestellt worden. Um eine Vorstellung über die Constanz der Resultate zu geben, lasse ich zunächst eine Reihe folgen, bei der die zeitlich auseinander liegenden Beobachtungen untereinander gestellt sind. Die  $\alpha$  sind die Mittel aus fünf direct aufeinander folgenden Beobachtungen.

Weite Interferenzröhre.

$A$ in cm	9	9,5	10,0	10,5	11,0	11,5	12,0
$\alpha$ , Anfang	294	461	583	570	625	392	261
$\alpha$ , Ende	211	—	360	—	503	—	119

$A$ in cm	12,5	13,0	13,5	14,0	15,0	16,0	17,0
$\alpha$ , Anfang	187	148	204	331	383	253	224
$\alpha$ , Ende	—	140	—	304	356	238	190

$\lambda$ in cm	18,0	19,0	20,0	21,0	22,0
$\alpha$ , Anfang	483	349	155	227	292
$\alpha$ , Ende	450	349	155	241	333

Aus der Tabelle geht hervor, dass zwar die  $\alpha$  im Laufe der Zeit kleiner geworden sind, indess ist der Charakter der Curve, d. h. die Lage  $\lambda$ , bei denen  $\alpha$  Maxima oder Minima erreicht, unverändert geblieben. Auf die Lage der Maxima und Minima kommt es hier nur an. Um dieselbe übersichtlich unter den verschiedenen Beobachtungsbedingungen vergleichen zu können, sind die Beobachtungen graphisch auf der Tafel dargestellt. Allen Curven ist die Abscissenaxe (Stellungen  $\lambda$ ) gemeinsam, während die Ordinaten  $\alpha$  von verschiedenen Anfangshöhen aus gerechnet sind, damit die Curven besser auseinander zu halten sind. Wenn, wie in obiger Tabelle, die  $\alpha$  starke Aenderungen im Laufe der Zeit erlitten haben, sind die zeitlich auseinander liegenden  $\alpha$  nicht zu Mittelwerthen vereinigt. Wenn sich dagegen  $\alpha$  im Laufe der Zeit nur wenig, oder um nahezu einen constanten Bruchtheil geändert hat, so sind Mittelwerthe genommen. Es geht dies aus den Tabellen hervor, in denen bei demselben  $\lambda$  mehrere zeitlich auseinander liegende  $\alpha$  untereinander gestellt sind. „ $\lambda$  offen“ bedeutet, dass der eine Auszug  $\lambda$  der Interferenzröhre ganz fortgenommen ist, sodass die Wellen nur durch den anderen Auszug  $\lambda$  zum Cohärer gelangen.

#### 1. Weite Interferenzröhre. 7 mm-Schraube.

##### Curve 1.

$\lambda$	9	9,5	10,0	10,5	11,0	11,5	12,0
$\alpha$	294	461	583	570	625	392	261
$\lambda$	12,5	13,0	13,5	14,0	15,0	16,0	17,0
$\alpha$	187	148	204	331	383	253	242
$\lambda$	18,0	19,0	20,0	21,0	22,0		
$\alpha$	483	349	155	227	292		

2. Weite Interferenzröhre. 7 mm-Schrauben.

Curve 2.

A	Offen	1,0	2,0	3,0	4,0	5,0	6,0	7,0
$\alpha$	79	487	366	283	308	349	515	375
A	8,0	9,0	10,0	11,0	12,0	13,0	14,0	15,0
$\alpha$	98	211	360	503	119	140	304	356
A	16,0	17,0	18,0	19,0	20,0	21,0	22,0	
$\alpha$	238	190	450	349	155	241	333	

3. Weite Interferenzröhre. 7 mm-Schrauben.

Curve 3.

A	1	2	3	4	5	6	7	8
$\alpha$	642	582	357	643	500?	716	526	227
A	9	10	11	12	13	14	15	16
$\alpha$	386	494	681	366	191	453	605	440
A	17	18	19	20	21	22		
$\alpha$	418	478	374	287	312	459		

4. Weite Interferenzröhre. 7 mm-Schrauben. Erreger um 5 cm von  
Oeffnung D der Interferenzröhre entfernt.

Curve 4.

A	1	2	3	6	8	11	13	15
$\alpha$	40	38	39	68	17	73	15	40
A	16	17	18	19	20	21	22	Offen
$\alpha$	26	20	35	45	20	24	50	12

5. Weite Interferenzröhre. 5 mm-Schrauben.

Curve 5.

A	0	1	2	3	4	5	6	7
$\alpha$	377	705	697	383	337	433	712	714
$\alpha$	—	587	618	533	358	245	405	465
$\alpha$ Mittel	377	646	657	458	347	339	559	590

A	8	9	10	11	12	13	14	15
$\alpha$	487	365	556	657	427	300	340	577
$u$	259	292	480	649	423	262	310	662
$\alpha$ Mittel	373	329	518	653	425	281	325	620

A	16	17	18	19	20	21	22	Offen
$\alpha$	307	316	348	549	372	244	375	197
$\alpha$	411	447	494	570	384	376	362	—
$\alpha$ Mittel	359	381	421	560	378	310	369	197

6. Weite Interferenzröhre. 10 mm-Schrauben.  
Curve 6 und 7.

A	5	6	7	8	9	10	11	12	13
$\alpha$	485	631	666	345	476	638	764	492	324 Curve 6
$\alpha$	—	—	—	—	—	—	554	383	220 Curve 7

A	14	15	16	17	18	19	20	21	22
$\alpha$	516	654	487	610	578	594	432	467	421 Curve 6
$\alpha$	263	494	357	382	464	384	360	414	636 Curve 7

7. Weite Interferenzröhre. 5 mm-Schrauben. Cohäerenzlänge 10 cm,  
anstatt (wie sonst) 14 cm.  
Curve 8.

A	11	12	13	13,5	14	15	16	17	19
$\alpha$	534	369	254	249	307	490	318	254	330

8. Weite Interferenzröhre. Erreger mit Hohlspiegel. 7 mm-Schrauben.  
Curve 9.

A	1	2	3	4	5	6	7	8
$\alpha$	508	237	344	577	360	293	324	148
$\alpha$	343	312	240	310	303	275	204	133
$\alpha$ Mittel	425	275	292	443	331	284	274	140

A	9	10	11	12	13	14	15	16
$\alpha$	206	407	378	317	119	194	242	255
$\alpha$	180	271	297	134	77	100	157	200
$\alpha$ Mittel	193	339	337	225	98	147	200	227

$A$	17	18	19	20	21	22	Offen
$\alpha$	299	302	258	154	163	336	98
$\alpha$	244	205	172	145	171	350	—
$\alpha$ Mittel	271	253	215	149	167	343	98

9. Enge Interferenzröhre. 5 mm-Schrauben.

Curve 10.

$A$	7,0	7,5	8,0	8,5	9,0	9,5	10,0
$\alpha$	—	—	—	—	—	—	9
$\alpha$	13	30	40	22	8	11	13
$\alpha$	—	25	41	20	7	18	23
$\alpha$	—	—	—	—	—	—	—
$\alpha$ Mittel	13	27	40	21	8	14	15

$A$	10,25	10,5	11,0	11,5	12,0	12,5	13,0
$\alpha$	—	20	10	7	8	13	8
$\alpha$	—	39	12	9	12	19	—
$\alpha$	—	24	8	8	—	—	—
$\alpha$	40	—	13	—	—	—	—
$\alpha$ Mittel	40	28	11	8	10	16	8

„ $A$  offen“ gab hier  $\alpha = 8$ . Die Ausschläge sind hier klein, die Enge der Röhre beeinträchtigt die Energie der electrischen Wellen. Um die Ausschläge zu steigern, wurde die Empfindlichkeit des Galvanometers gesteigert (durch Näheren der Multiplicatorrolle an den Magneten). Es ergab sich dann:

10. Enge Interferenzröhre.

$A$	10,25	11,5	12,5
$\alpha$	123	51	166

d. h. bei  $A = 11,5$  liegt, gerade wie bei der Curve 10, ein ausgeprägtes Minimum, während die Curven der  $\alpha$  bei der weiten Interferenzröhre keine Andeutung eines solchen Minimums haben.

Alle Curven der  $\alpha$  bei der weiten Interferenzröhre, abgesehen von der Curve 9, die dem Erreger mit Hohlspiegel entspricht, haben übereinstimmende Lage der Maxima und Minima, wie aus der Tafel deutlich hervorgeht. Die Wellenlänge ist also



von der Grösse der Metalltheile des Cohärens, sowie von der Länge des ganzen Cohärens (vgl. Curve 8) unabhängig. Die Distanz zweier Maxima beträgt etwa 4,5 cm, d. h. die Wellenlänge, die mit der weiten Interferenzröhre gemessen wird, beträgt etwa 9 cm, da, falls ein Auszug der Interferenzröhre um  $A$  cm herausgezogen wird, die Differenz beider Wege der electrischen Wellen um  $2A$  cm zunimmt. Das absolute Maximum tritt etwa bei  $A = 11$  cm ein, diese Stellung entspricht gleichen Längen beider Wellenwege. Es ergab sich dies auch aus der roh ausgeführten geometrischen Messung der Interferenzröhren. Dass nicht etwa doch noch kürzere Wellen vorhanden waren, zeigt sich daran, dass die  $\alpha$  von  $A = 10,0$  stetig wachsend in den Werth bei  $A = 11,0$  übergangen, denn es ergab sich:

11. Weite Interferenzröhre.

$A$	10,0	10,5	11,0
$\alpha$	852	402	445

Die Curve 10 ergibt eine wesentlich abweichende Wellenlänge, d. h. die mit der engen Interferenzröhre gemessene Wellenlänge beträgt etwa 4,5 cm. — Man kann also ungefähr sagen, dass die halbe Wellenlänge sich etwa gleich dem Durchmesser der Interferenzröhre ergibt, denn bei der weiten Röhre betrug dieselbe 4,7 cm, bei der engen 2 cm. Dieses Resultat widerspricht nicht den v. Lang'schen Messungen, noch denen für eine Interferenzröhre von 6 cm Durchmesser, welche innere abblendende Diaphragmen enthielt, eine Wellenlänge von 8 bis 9 cm sich ergab.

Die Grösse der Erregerkugeln ist also bei dieser Versuchsanordnung für die Wellenlänge unwesentlich<sup>1)</sup>, wenngleich auch wahrscheinlich bei bestimmter Grösse derselben die Interferenzen der Wellen besonders deutlich zu Tage treten werden. Man sollte vermuthen, dass dies dann der Fall sein werde, wenn die Wellenlänge der vom Erreger frei in die Luft ent-

1) In der That beobachtete v. Lang mit Erregerkugeln von 11, 24, 40 mm Durchmesser stets nahezu dieselbe Wellenlänge, nämlich 80, 82, 88 mm, d. h. etwa dieselbe, wie sie mein noch kleinerer Erreger von 8 mm Durchmesser ergab, während Righi bei freier Ausbreitung der Wellen in der Luft wesentlich abweichende Wellenlängen  $\lambda$  erhielt, nämlich für 8 und 88 mm Durchmesser  $\lambda = 26$ , bez. 106 mm.



sandten Wellen, die keine metallischen Diaphragmen oder Röhren passiren, wie sie z. B. von Righi mit Hülfe seiner Resonatoren bestimmt worden ist, möglichst übereinstimmt mit der Wellenlänge, wie sie der Schwingung durch das Hindurchtreten durch das Metallrohr aufgeprägt wird, d. h. falls die, wie wir kurz sagen wollen, „freie“ Wellenlänge etwa gleich dem doppelten Rohrdurchmesser ist. Deshalb hatte ich gehofft, mit grösseren Erregerkugeln die Erscheinung der Interferenzen mit der weiten Interferenzröhre noch viel deutlicher zu erhalten. Dies wurde aber durch einen Versuch mit Erregerkugeln von 38 mm Durchmesser nicht bestätigt, sondern ich erhielt dann überhaupt nur sehr unregelmässig schwankende Galvanometerausschläge, die allerdings ebenfalls auf eine Wellenlänge von etwa 9 cm hindeuteten.

Dass bei der hier benutzten Versuchsanordnung, d. h. bei der Quincke'schen Interferenzröhre, eine Spaltung des Weges der Wellen eintritt, kann offenbar nicht wesentlich für die Wellenlänge sein. Man wird das Resultat ziehen müssen, dass, wenn ein Righi'scher Erreger an der einen Oeffnung eines genügend langen cylindrischen Metallrohres angebracht ist, die aus dem anderen Ende des Rohres austretenden Schwingungen eine Wellenlänge von etwa dem doppelten Durchmesser des Rohres besitzen.<sup>1)</sup> Dieses merkwürdige Resultat kann man leider durch analoge optische Versuche, bei denen eine Abhängigkeit der Farbe von der Oeffnungsbreite eines langen Diaphragmas eintreten müsste, wegen Kleinheit der optischen Wellenlängen experimentell nicht verificiren. Theoretisch kann man sich aber wohl das Zustandekommen so erklären, dass an den Rohrwänden (oben und unten, nicht an den Seiten bei horizontaler Lage des Erregers) Schwingungsknoten der electricischen Kraft liegen müssen, da an der Oberfläche eines sehr guten Leiters die denselben parallel liegende electricische Kraft stets verschwinden muss. Die unmittelbare Nähe des Metallrohres am Erreger und seine Länge kann daher, nach diesem theo-

1) Es ergibt sich so eine Methode, um bei ein und demselben Erreger bequem die Periode innerhalb eines beträchtlichen Intervalles variiren zu können. Es muss nur noch genauer untersucht werden, wie lang die Metallrohre wenigstens sein müssen, damit die Schwingung nahezu homogen austritt.

retischen Aperçu, wohl jenen Einfluss auf die Wellenlänge äussern. Eine strenge theoretische Durchführung dieses Problems wird mit grossen Schwierigkeiten zu kämpfen haben.

Experimentelle Bestätigungen unseres, zunächst auffallenden Resultates ergeben sich aber einerseits aus dem, im folgenden Aufsatz beschriebenen Verhalten des Wassers, andererseits kann man sie auch aus folgenden Thatsachen schöpfen:

1. Die Interferenzen mit der Quincke'schen Interferenzröhre verschwinden fast, wenn man die Wellen durch längere Metallrohre von verschiedenen Durchmessern hindurchsendet. Wenn ich nämlich zwischen Erreger und der 2 cm weiten Interferenzröhre ein 50 cm langes, 3 cm weites Messingrohr einschaltete, so ergaben sich folgende Galvanometerausschläge  $\alpha$ :

12. Enge Interferenzröhre mit weiterem Einlassrohr.

$\lambda$	10,25	11,5	11,75	12,5	13,25
$\alpha$	17	14	12	17	18

Hier findet sich nur noch eine Andeutung eines Minimums von  $\alpha$  zwischen  $\lambda = 11,5$  und  $\lambda = 11,75$ ; dies Minimum ist jedenfalls sehr viel weniger ausgeprägt, als es früher (p. 491 Nr. 9 u. 10) ohne Anwendung der eingeschalteten 3 cm weiten Röhre erhalten worden ist.

2. Die p. 490 Nr. 8 mitgetheilten  $\alpha$  (Curve 9, Erreger mit Hohlspiegel) ergeben weniger deutlich die Interferenzen und zeigen eine etwas grössere Wellenlänge von etwa 12 cm Länge. Der Hohlspiegel trug einen 25 cm langen Blechansatz von  $8\frac{1}{2}$  cm Durchmesser, den die Wellen zunächst durchlaufen mussten, bevor sie in das 4,7 cm weite Interferenzrohr eintreten. Dadurch können nach obiger Auffassung die Interferenzen undeutlicher und die Wellenlänge vielleicht vergrössert sein.

3. Man kann die Fortpflanzung der Wellen durch ein 15 mm weites Messingrohr noch durchaus nachweisen. Setzt man aber auf dasselbe an seiner Einlassöffnung einen metallischen Trichter, der 12 cm lang ist, vorn 7 cm, hinten 1,2 cm Oeffnung besitzt, und bringt man dann den Erreger unmittelbar vor die weite Oeffnung, so tritt nicht nur keine Verstärkung des Galvanometerausschlages  $\alpha$  ein, wie man hätte er-

warten sollen, sondern im Gegentheil, die Wirkung ist vollkommen abgeschnitten. Dies findet sogar dann statt, wenn man den Trichter auf ein weiteres (etwa 3 cm weites) Messingrohr aufsetzt, durch welches ohne Trichter die Wirkung der Wellen sich sehr kräftig fortpflanzt. Diese Thatsache deutet darauf hin, dass die Lage der den Erreger umgebenden Metallwände wesentlich für seine Wirkung ist. Ein Trichter bietet mit seinen stetig variablen Durchmessern keine günstige Bedingung für die gute Ausbildung der Schwingung. Der Cohärer reagirt daher entweder deshalb nicht, weil durch den Trichter nur eine stark inhomogene Schwingung gelangt, oder was wohl wahrscheinlicher ist, deshalb nicht, weil der Trichter überhaupt keine strahlende electriche Energie hindurchlässt, sondern sie nach dem Erreger reflectirt.

Dass bei den Interferenzversuchen bei keiner Stellung von  $A$  der Galvanometeraussschlag  $\alpha$  völlig verschwindet, ist evident, wenn man berücksichtigt, dass es sich hier nicht, wie bei optischen Versuchen, um eine Reihenfolge sehr zahlreicher Schwingungen handelt, deren jede einzelne nur eine verschwindend kleine Wirkung erzielen würde. Schon auf eine einzige Schwingung wird der Cohärer ansprechen. Wenn nun z. B. die Differenz beider Wege in der Interferenzröhre  $\frac{1}{2} \lambda$  ist, so gelangt die erste Schwingung auf dem einen Wege ungeschwächt zum Cohärer, erst die zweite Schwingung kann durch Interferenz geschwächt werden, doch tritt ein völliges Vernichten derselben wegen der zeitlichen Dämpfung der erregten Schwingungen oder auch wegen mangelnder Homogenität derselben nicht ein. Man übersieht auch so, dass aus beiden Gründen, nämlich wegen der Reaction des Erregers auf eine einzelne Schwingung, und wegen der zeitlichen Dämpfung (oder Inhomogenität) der erzeugten Schwingungen, die Ausbildung der Interferenzen um so undeutlicher wird, je grösser die Wegdifferenz beider Schenkel der Interferenzröhre ist. — Der Umstand, dass  $\alpha$  stets grösser ist, als wenn der eine Schenkel ganz fortgenommen ist, erklärt sich einmal daraus, dass in letzterem Falle das Interferenzrohr zum Theil offen ist, andererseits könnte man auch grosse zeitliche Dämpfung der Schwingungen zur Erklärung mit heranziehen.

Es kann hierbei auch noch die Frage von Wichtigkeit sein, ob der Cohärer auf zwei direct folgende Impulse gleicher Richtung besser reagirt, als auf zwei Impulse einander entgegengesetzter Richtung, eine Frage, für welche eventuelle Eigenschwingungen der Metalltheile des Cohärsers von Wichtigkeit sein würden.

Es ist ja klar, dass man Interferenzen am deutlichsten mit einem Indicator wird nachweisen können, der als Resonator construirt ist, d. h. der auf einen einzelnen Impuls nur sehr schwach reagirt, dagegen auf eine Summe gleich gerichteter äusserer und innerer Impulse stark. Der Cohärer in der hier benutzten Form wirkt jedenfalls nicht als Resonator, wie schon die Unabhängigkeit der Wellenlänge von der Grösse der Metalltheile des Cohärsers und von der ganzen Länge des Cohärsers zeigt. Ich habe einige Versuche in der Richtung gemacht, den Cohärer als Resonator zu construiren, bin aber bisher zu keinem deutlichen Erfolge gelangt. — Auch versuchte ich es vergebens, die „freie“ Wellenlänge durch Interferenzen bei der Reflexion an zwei grösseren Metallwänden, wie sie mit den Righi'schen Resonatoren zu messen ist, mit dem Cohärer zu beobachten. Bei diesen Versuchen wird man (wegen der Empfindlichkeit des Cohärsers) sehr gestört durch die electricen Strahlungen, welche von den Zuleitungen zum Inductionsapparat ausgehen, und deren Wirkung man auf den Cohärer deutlich nachweisen kann. Man muss daher diese sorgfältig metallisch abblenden.

#### Eine andere Versuchsanordnung.

Die schon oben erwähnte Bemerkung (vgl. p. 483 Anm.), dass die Wellen des Erregers sich in starker Intensität längs eines Drahtes fortpflanzen, gab Anlass, noch eine andere Versuchsanordnung zum Messen der Wellenlänge durch Interferenzen zu probiren, welche analog der Quincke'schen Interferenzröhre ist, nur mit dem Unterschied, dass bei dieser die Wellen sich in einem, von Metall umgebenen Luftraum fortpflanzen, dagegen hier längs eines von Luft umgebenen Metallkörpers (Drahtes).

Die Einlassöffnung des Blechkastens wurde bis auf ein Loch von 3 mm Grösse metallisch verschlossen. In dasselbe

wurde auf etwa 20 cm Länge ein Draht  $E$  isolirt (vgl. Fig. 3) gesteckt, der mit einer Drahtschleife von etwa 1 m Länge und der in der Figur angegebenen Gestalt metallisch verbunden war. Ein Draht  $D$  konnte auf der Drahtschleife verschoben werden.  $D$  setzte sich in ein Drahtstück  $F$  fort, welches quer vor dem Erreger  $K$  stand und dort starr befestigt war. Es war zu erwarten, dass je nach der Stellung des Drahtes  $D$  Interferenzen auf  $E$  eintreten würden, verursacht durch die Wegedifferenz der beiden Seiten von  $B$ . Dies war nun auch in der That der Fall, wie folgende Tabelle lehrt, in welcher  $D$  die Entfernung des Berührungspunktes des Drahtes  $D$  von der symmetrischen Lage auf dem Drahtkreis  $B B$  bedeutet.<sup>1)</sup>

13. Drahtinterferenz.  
Curve 11.

$D$	- 14	- 7	- 0,5	0	+ 0,5	+ 1,0	+ 1,5 cm
$\alpha$	615	523	650	698	700	700	670

$D$	+ 2	3	4	5	6	7	8 cm
$\alpha$	596	557	537	511	515	512	547

$D$	9	10	11	12	14	17	20 cm
$\alpha$	582	583	590	575	615	613	540

Die Interferenzen sind nicht so deutlich, wie bei der Interferenzröhre.

Aus der Curve 11 würde sich eine Wellenlänge von etwa  $\lambda = 24$  cm ergeben, also viel grösser, wie früher. Ob diese von der Grösse der ganzen Drahtschleife  $B B$  abhängt, habe ich nicht untersucht. Von der Grösse des Querstückes  $F$  (vgl. Fig. 3) hängt sie jedenfalls nicht ab, wie folgende Zahlen beweisen.

Länge von $F$	$D$	- 14	- 7	0 cm
1,3 cm	$\alpha$	673	607	766
5,2	$\alpha$	632	525	687
8,0	$\alpha$	591	553	692

1) Aus der Tabelle ergibt sich, dass  $D = + 0,5$  genauer der symmetrischen Lage entspricht.

Hiernach liegt ein Minimum bei etwa  $D = -7$  cm unabhängig von der Länge von  $F$ .

Bei dieser Anordnung kann man aber noch viel weniger, als bei dem Durchtreten der Wellen durch Röhren, die Beeinflussung ihrer Wellenlänge verstehen; die aus dem Drahtende  $E$  austretenden Schwingungen werden auch jedenfalls nicht so homogen sein, als bei dem Hindurchtreten durch lange Metallröhren. Ich habe daher diese Versuchsanordnung nicht weiter verfolgt. Ich hatte sie ursprünglich in der Hoffnung aufgenommen, dass man so die kleine, von Righi mit den Resonatoren ermittelte „freie“ Wellenlänge von  $\lambda = 2,6$  cm erhalten würde, aber aus den Zahlen bei  $A = -0,5$  bis  $A = +2$  in Nr. 13, sowie aus mehrfach angestellten Controlversuchen ergibt sich keine Andeutung einer etwa überlagerten so kleinen Wellenlänge.

(Eingegangen 20. Mai 1898.)

## 2. Ueber die Absorption kurzer electricischer Wellen durch Wasser; von P. Drude.

Dass das Wasser kurze electricische Wellen absorbiren soll, ist zwar mehrfach behauptet worden, aber meist nicht sicher bewiesen, ja es ist schon oft für electricische Wellen behauptet worden, welche noch so lang sind, dass sie thatsächlich nicht in merklichem Betrage vom Wasser absorbirt werden. Bei den Versuchen mit Wasser ist Rücksicht zu nehmen auf die bedeutende Reflexion der electricischen Energie an seiner Oberfläche, und wenn die Energie der electricischen Wellen bei Zwischenschaltung eines Wasserprismas oder Wassertroges bedeutend geschwächt erscheint, so kann man auf die Absorption erst dann einen Schluss ziehen, wenn man diese verschiedene Schwächung bei verschiedenen Wasserdicken, die aber mindestens annähernd gleichen Reflexionseinfluss besitzen, untersucht. Die ersten Versuche, aus denen eine Absorption des Wassers hervorgeht, sind die von Cole<sup>1)</sup> angestellten.

Man kann nun mit Hülfe des Cohärers sehr leicht nachweisen, dass electricische Wellen von der Wellenlänge  $\lambda = 9$  cm und kürzere vom Wasser absorbirt werden (während Wellen der Länge  $\lambda = 60$  cm noch nicht in merklicher Weise absorbirt werden).

Die Versuchsanordnung war im wesentlichen dieselbe, wie sie im vorigen Aufsatze beschrieben ist: Unmittelbar vor der Einlassöffnung des Blechkastens wurde ein aus Spiegelglasplatten gefertigter quadratischer Glastrog von 12 cm Seitenlänge, der mit destillirtem Wasser gefüllt wurde, gesetzt, der Wellenerreger stand in verschiedenen Abständen davor, und die durch das Wasser hindurchtretende Energie der electricischen Wellen wurde mit Hülfe des mit Schrauben gefüllten Cohärers gemessen. Um die Dicke der Wasserschicht variiren zu können, konnten in den Glastrog Spiegelglasplatten eingeschoben werden, die eine Dicke von 1,1 mm, 2 mm, 3 mm und 4,4 mm besaßen.

1) A. D. Cole, Wied. Ann. 57. p. 300. 1897.



Es wurden zwei Glaströge angewandt, einer (I) hatte 6,3 mm innere Weite, der andere (II) besass 3,3 mm innere Weite.

Zunächst wurde constatirt, dass die Ausschläge  $\alpha$  nur von der Wasserdicke  $\delta$  abhängen, aber unabhängig von der Dicke der umgebenden Glasplatten sind. So ergab sich als Mittel aus vielen Beobachtungen (symmetrisch hinsichtlich der Zeit angestellt), dass Trog II ohne Glasplatte bei Wasserfüllung den Ausschlag  $\alpha = 209$  lieferte, während Trog I bei Wasserfüllung mit einer 3 mm dicken Glasplatte darin den Ausschlag  $\alpha = 207$  ergab. In beiden Fällen ist die Wasserdicke  $\delta = 3,3$  mm. Man muss aber dafür sorgen, dass bei Trog I die eingeführte Glasplatte hart an einer Glaswand des Troges anliegt, weil sonst die Wasserdicke  $\delta$  sich auf zwei dünnere Wasserschichten vertheilt, die von einer Glasschicht unterbrochen sind. In letzterem Falle constatirt man deutlich geringere Ausschläge  $\alpha$ , die von der vermehrten Reflexion der electrischen Wellen herrühren, da zwei neue Grenzen Wasser—Glas eingeführt sind.

Der Ausschlag  $\alpha$  wird nun durch eine Wasserdicke schon von 3,3 mm bedeutend abgeschwächt. Ein Theil der Wirkung ist jedenfalls der bedeutenden Reflexion an den beiden Grenzflächen zwischen Glas und Wasser zuzuschreiben. Man kann aber doch auch deutlich Absorption constatiren, denn mit Vermehrung der Wasserdicke  $\delta$  wird der Galvanometeraussschlag  $\alpha$  continuirlich kleiner, und zwar recht beträchtlich, sodass bei  $\delta = 6,3$  mm die Wirkung auf den Cohärer nur noch sehr schwach ist. Es ist allerdings zu bedenken, dass auch die reflectirte Gesamtintensität nicht ganz unabhängig von  $\delta$  ist, solange  $\delta$  vergleichbar mit der Wellenlänge der Schwingung in Wasser ist. Man braucht dabei als Analogie nur an die Newton'schen Ringe zu denken. Wenn aber keine Absorption vorläge, so müsste  $\alpha$  mit  $\delta$  periodisch variiren, oder, falls die Schwingung stark inhomogen wäre, müsste  $\alpha$  von einer gewissen Dicke  $\delta$  an constant bleiben. Ein solches Verhalten habe ich aber nie beobachten können, vielmehr nimmt  $\alpha$  mit wachsendem  $\delta$  beständig ab. *Dies ist also ein Beweis für Absorption.*

Wenn man dieselbe quantitativ messen will, so muss man vor allem zunächst die Ausschläge  $\alpha$  nach Energiemaass



aichen. Man kann dies thun, indem man den Wellenerreger in verschiedene Entfernungen vom Einlassrohr des Blechkastens aufstellt, oder dasselbe mit verschiedenen Diaphragmen verschliesst. Es ergibt sich das Resultat, dass innerhalb gewisser Grenzen der Ausschlag  $\alpha$  des Galvanometers ungefähr annähernd proportional der Energie ist, d. h. bei bestimmtem Diaphragma umgekehrt proportional dem Quadrat der Entfernung des (ohne Hohlspiegel montirten) Erregers, dagegen bei bestimmter Entfernung proportional zur Flächengrösse des Diaphragmas.  $\alpha$  bleibt unverändert, wenn der Erreger um die Hälfte seiner Entfernung genähert wird, und gleichzeitig das Diaphragma auf den vierten Theil seiner Flächenöffnung reducirt wird. Ich will aber hier genauere quantitative Messungen der Absorption nicht mittheilen, da man erst sehr viel Beobachtungen machen muss, falls das Resultat zuverlässig werden soll. Qualitativ kann man aber sehr leicht die Absorption unter verschiedenen Umständen vergleichen: Wenn man nämlich für eine Wasserdicke  $\delta_1$  bei variirten Nebenumständen gleiche Galvanometerausschläge  $\alpha_1$ , d. h. gleiche auf den Cohärer fallende Energiemengen erhält, so kann man prüfen, ob bei einer anderen Wasserdicke  $\delta_2$  die Galvanometerausschläge  $\alpha_2$  auch noch untereinander gleich sind. Sind sie es nicht, so wird man auf verschiedene Stärke der Absorption bei den variirten Nebenumständen schliessen.

Letzteres Resultat erhielt ich nun in der That beim Wasser; so gab z. B. der in einem Hohlspiegel montirte Erreger geringere Absorption wie derselbe Erreger ohne Hohlspiegel. Es war dies sehr auffallend und störend, da dies die genaue Bestimmung des Absorptionscoefficienten überhaupt illusorisch macht, so lange man nicht den Grund der Erscheinung kennt. Letzteren glaube ich nun aber in der im vorigen Aufsatz erörterten Thatsache gefunden zu haben, dass die Periode der Erregerschwingungen beim Hindurchtreten durch Metallmassen beeinflusst werden kann, und hiernach musste ich vermuthen, dass der mit Hohlspiegel und  $8\frac{1}{2}$  cm weitem Austrittsrohr versehene Erreger langsamere Schwingungen aussendet, als der Erreger ohne Hohlspiegel, wie ja auch die Curve 9 der Tafel des vorigen Aufsatzes beim Vergleich mit den Curven 1 bis 8 zeigt. Es ist aber sehr wahr-

scheinlich, dass das Wasser um so mehr absorbiren wird, je schneller die Schwingungen sind, da es bei  $\lambda = 60$  cm noch keine nachweisbare Absorption zeigt.

Besonders deutlich tritt die Erscheinung zu Tage, wenn man einmal zwischen Erreger und Glastrog ein 50 cm langes, 3 cm weites Messingrohr einschaltet<sup>1)</sup>, und andererseits gar kein Rohr, oder ein  $8\frac{1}{2}$  cm weites, 30 cm langes Blechrohr, welches ebensoweit ist, als das Einlassrohr des Blechkastens. In letzterem Falle werden die Wellen jedenfalls länger sein, als in ersterem, in welchem sie nach den Resultaten des vorangehenden Aufsatzes etwa die Länge  $\lambda = 6$  cm haben werden. In der That ist nun die Absorption mit dem 3 cm weiten Messingrohr stärker, als ohne dasselbe, wie folgende Zusammenstellung zeigt.

Es bedeutet:

$\alpha_1$  den Galvanometerausschlag bei  $\delta_1 = 1,3$  mm Wasserdicke

$\alpha_2$  „ „ „  $\delta_2 = 1,9$  „ „

$\alpha_3$  „ „ „  $\delta_3 = 3,3$  „ „

ferner bedeutet  $m$  die Beobachtungen, bei denen das 3 cm weite Messingrohr benutzt ist,  $\alpha_1$  und  $\alpha_2$  diejenigen, bei denen es nicht benutzt wurde, und zwar fehlt bei  $\alpha_2$  auch das  $8\frac{1}{2}$  cm weite vordere Blechrohr.

	$\alpha_1$	$\alpha_2$	$\alpha_3$
$m$	39,6	14,8	5,7
$\alpha_1$	37,6	25,9	—
$\alpha_2$	36,2	27,9	15,3
$\alpha_2$	19,9	13,7	7,9
$\alpha_3$	11,4	8,8	5,0
$m$	29,3	10,7	5,2
$m$	40,8	17,0	—
$\alpha_1$	37,0	25,6	—
$\alpha_1$	28,3	18,5	—

Aus dieser Tabelle geht, ohne die Aichung der Galvanometerausschläge  $\alpha$  zu kennen, mit Sicherheit hervor, dass die

1) Das eine Ende lag dicht am Erreger, das andere einige Centimeter vom Glastrog entfernt. Ich überzeugte mich durch besondere Versuche davon, dass bei geringen Aenderungen dieser letzteren Distanz  $\alpha$  unverändert bleibt.

Beobachtungen  $m$  stärkere Absorption aufweisen, als die Beobachtungen  $o_1$  und  $o_2$ .

Bei quantitativer Messung der Absorption kommt es dann vor allem noch auf die Prüfung an, ob die Absorptionscoefficienten für verschiedene Wasserdicken constant sind. Sind sie es nicht, so ist dies ein Zeichen für Inhomogenität der Schwingung. Ich kann hierüber mit Sicherheit noch nichts behaupten, da das Resultat sehr viel Messungen erfordert.

Die hier gezogenen Resultate lauten:

1. *Wasser hat eine mit abnehmender Wellenlänge  $\lambda$  zunehmende electrische Absorption, die im Gebiete  $\lambda = 10$  cm schon sehr merklich ist.*

2. *Bei Benutzung Hertz-Righi'scher Erreger kann die Wellenlänge durch benachbarte Wellenlängen sehr wesentlich bestimmt werden (vgl. vorigen Aufsatz). Dadurch können unter Umständen die Beobachtungsergebnisse stark beeinflusst werden.*

Leipzig, Physikalisches Institut, Mai 1898.

(Eingegangen 20. Mai 1898.)

3. *Ueber das Verhalten von  
Kathodenstrahlen parallel zu electricischer Kraft;  
von P. Lenard.*

(Der K. Ungar. Akad. der Wiss. vorgel. in der Sitzung v. 16. Mai 1898.)

1. Stetige Veränderlichkeit der magnetischen Ablenkbarkeit von Kathodenstrahlen ist bisher niemals zur Beobachtung gelangt, vielmehr erwies sich die Ablenkbarkeit eines einmal gegebenen Strahles unter allen bisher in Betracht gezogenen Umständen als unabänderlich.

Die Vorstellung indessen, zu welcher neuere Versuche geführt haben — in gewissem Sinne Sir William Crookes' ursprüngliche Hypothese mit neuem, verfeinertem Inhalt — lässt Aenderung der Ablenkbarkeit nicht nur möglich, sondern in gewissen Fällen sogar als nothwendige Forderung der Electrodynamik erscheinen. Ein solcher Fall ist der in der Ueberschrift angedeutete. Wir stellen ein Feld constanter electricischer Kraft her, zwischen zwei Condensatorplatten etwa, im leeren Raume, und richten einen Kathodenstrahl durch dieses Feld, sodass er parallel dessen Kraftlinien verläuft, etwa durch Bohrungen der Condensatorplatten in das Feld eintretend und aus demselben wieder austretend. Wir finden nun in der That, dass die magnetische und auch die electricische Ablenkbarkeit des Strahles nach Durchsetzung des Feldes verändert ist und zwar gerade in dem geforderten Sinne. Beide sind grösser oder kleiner geworden, je nachdem Kraft und Strahl gleich oder entgegengesetzt gerichtet sind.

Ein besonderes Interesse gewinnen unsere Versuche dadurch, dass in ihnen eine Kraft, von welcher man eine dynamische Erklärung erwartet, auf ein zu Beschleunigendes wirkt, welches selbst schon fast mit Lichtgeschwindigkeit sich bewegt. Auf die Frage indessen, ob diese Geschwindigkeit die Grösse der Beschleunigung beeinflusse, wird unter den Umständen der Versuche eine bejahende Antwort von denselben nicht ertheilt.

Wir können dagegen sagen, dass die Versuche auch in quantitativer Hinsicht die Annahmen und Resultate der vorhergehenden Arbeit vollkommen bestätigen.

2. Der benutzte Apparat ist in Fig. 1 in etwa ein Achtel natürlicher Grösse dargestellt. In  $E$  werden die Strahlen erzeugt; sie durchsetzen das dichte Metallfenster  $F$ , gelangen in den Condensator  $C_1 C_2$  und können dann bei  $M$  der magnetischen oder auch der electricischen Ablenkung unterworfen werden, welche sie schliesslich auf den Schirm  $S_1$  treffen lässt. Die beiden Condensatorplatten  $C_1 C_2$ , zwei vollkommen ebene, einander parallele, kreisförmige Messingplatten, sind in ihrer Mitte in der Weite von nur 1 mm durchbohrt und werden von Metallröhren  $R_1 R_2$  getragen, welche ihrerseits zu Electroden  $e_1 e_2$  führen. Der Abstand der Platten voneinander beträgt 2 cm; die Platte  $C_1$  ist stets mit der Erde

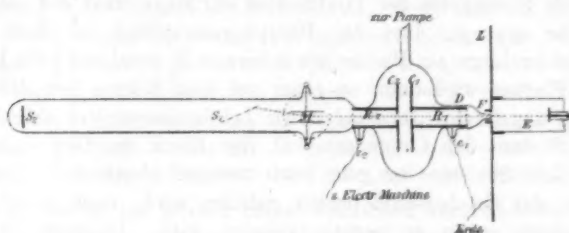


Fig. 1.

verbunden,  $C_2$  kann mit Hilfe einer Influenzmaschine positiv oder negativ electricisirt werden. Die Glaswand des Apparates ist von  $e_2$  ab nach links bis über den Schirm hinaus mit Stanniol überzogen, welches mit  $e_3$  stets leitend verbunden bleibt; eine kleine Oeffnung im Stanniol lässt den Schirm beobachten. Die durch den punktirten Kreis bei  $M$  ange deuteten Drahtrollen zur magnetischen Ablenkung sind in geringer Entfernung ober- und unterhalb des Rohres aufgestellt und von dessen Stanniolhülle durch Glimmerplatten isolirt. Soll die electricische Ablenkung beobachtet werden, so sind die beiden bei  $M$  ersichtlichen rechteckigen Metallplatten zu benutzen, deren Länge in Richtung des Strahles 4 cm, deren Abstand 2 cm beträgt, welche indessen für jetzt beide mit der Stanniolhülle leitend verbunden bleiben. Wir bemerken

noch eine mit der Erde verbundene Metallwand  $L$ , welche den Erzeugungsraum vom Beobachtungsraum trennt und ein Metalldiaphragma  $D$  von 3 mm Weite im Rohre  $R_1$ .

Einige Zeit nimmt das Evacuiren des Beobachtungsraumes in Anspruch. Sind die letzten Gasreste entfernt, so bleibt der Raum um den Condensator auch bei starker Ladung desselben dunkel; in diesem Zustande wurde der Apparat benutzt.

3. Vorweg überzeugt man sich, dass der Phosphoreszenzfleck auf dem Schirme unverrückt, also der Strahl gerade bleibt, wenn auch der Condensator stark positiv oder negativ geladen wird, vorausgesetzt, dass kein Strom in den ablenkenden Drahtrollen fließt.

Die Versuche über die magnetische Ablenkung wurden nun folgendermaassen ausgeführt. Zuerst ist der Condensator  $C$  ungeladen; es wird bei  $M$  durch Einschalten von Widerständen in den Stromkreis der Drahtrollen ein Magnetfeld von solcher Stärke erzeugt, dass der Phosphoreszenzfleck in stark abgelenkter Lage am Rande des Schirmes  $S_1$  erscheint; die Lage des Fleckes wird dann an einer auf dem Schirm befindlichen Scala abgelesen. Jetzt laden wir bei fortwährendem ablenkenden Strome den Condensator  $C$ ; der Fleck wandert dadurch auf dem Schirme; er geht nach weniger abgelenkten Lagen, wenn der Condensator positiv geladen wird, nach mehr abgelenkten, wenn er negativ geladen wird. Dadurch ist die Veränderung der Ablenkbarkeit nachgewiesen.

Um die Erscheinung quantitativ zu verfolgen, genügt es, den ablenkenden Strom  $J_0$  zu messen, welcher den Phosphoreszenzfleck zu einer bestimmten Lage bei ungeladenem Condensator bringt und den Strom  $J_1$ , welcher ihn zu derselben Lage bringt während der Condensator die Potentialdifferenz  $P$  besitzt. Zur Messung der letzteren ist im Nebenschluss zum Condensator eine verstellbare Funkenstrecke angebracht, deren blanke Messingkugeln 2,5 cm Durchmesser besitzen. Es wurde jedesmal diejenige Lage des Fleckes in Betracht gezogen, welche er in dem Augenblicke einnimmt, da ein Funke die Strecke überspringt; einige an das zu ladende System geschaltete Leydener Flaschen machen das Ansteigen der Ladung beim Drehen der Electrisirmaschine und also das Wandern des Fleckes genügend langsam.

Die Resultate der Messungen finden sich in folgender Tabelle verzeichnet, deren jede Zeile Mittelwerthe aus drei einzelnen Versuchen enthält. Es gelangten zwei verschiedene Strahlenarten zur Verwendung, wie sie bei den in der ersten Columnne angegebenen Potentialdifferenzen zwischen den Electroden des Entladungsrohres erzeugt werden.<sup>1)</sup> In der mit \* bezeichneten Versuchsgruppe wurde der entferntere Schirm  $S_2$  benutzt; die ablenkenden Ströme waren dementsprechend schwächer.

Potentialdiff. im Entla- dungsrohr (Schlagweite)	Potentialdifferenz des Condensators		$\frac{J_1}{J_0}$	Anfangs- geschwindigkeit $v_0$	End- geschwin- digkeit $v_1$
	in Schlagw.	in magnetischem Maass			
cm	cm	C.G.S.		$10^{10} \frac{\text{cm}}{\text{sec}}$	$10^{10} \frac{\text{cm}}{\text{sec}}$
2,8	{	1,00 $P = -291 \cdot 10^{10}$	0,500	$0,70 = 0,67 + 0,03$	0,35
		0,64 $P = -210 \cdot 10^{10}$	0,650	$0,68 = 0,67 - 0,01$	0,34
		1,00 $P = +291 \cdot 10^{10}$	1,41	$0,62 = 0,67 - 0,05$	0,89
3,6	{	1,00 $P = -291 \cdot 10^{10}$	0,608	$0,77 = 0,81 - 0,04$	0,47
		1,00 $P = +291 \cdot 10^{10}$	1,27	$0,79 = 0,81 - 0,02$	1,00
		* 1,00 $P = +291 \cdot 10^{10}$	1,22	$0,88 = 0,81 + 0,07$	1,07

4. Die in den letzten beiden Columnen verzeichneten Geschwindigkeiten  $v_0$  und  $v_1$  des jedesmal in den Condensator tretenden und des ihn verlassenden Strahles sind aus den Versuchsdaten berechnet nach den beiden Gleichungen

$$\frac{v_1}{v_0} = \frac{J_1}{J_0} \quad \text{und} \quad v_1^2 - v_0^2 = 2 \frac{e}{\mu} P,$$

deren erste aussagt, dass verschiedene Strahlenarten die gleiche seitliche Beschleunigung erfahren in Magnetfeldern, deren senkrecht zum Strahl gerichtete Stärken den Strahlengeschwindig-

1) Es soll nicht gesagt sein, und es ist auch nicht erwiesen, dass die zwischen den Electroden messbare maximale Potentialdifferenz die Eigenschaften der erzeugten Strahlen eindeutig und allein bestimme. In gleichem Entladungsrohre werden jedoch unter gleichen Bedingungen immer wieder dieselben Strahlen erzeugt und insofern können die angegebenen Potentialdifferenzen zur Festlegung der benutzten Strahlenarten dienen. Ueber das hier verwandte Entladungsrohr und die Erzeugungsbedingungen vgl. Wied. Ann. 51. p. 227. 1894.



keiten proportional sind und deren zweite der Ausdruck des Gesetzes der Energieerhaltung für unseren Fall ist. Die zweite Gleichung enthält auch die Voraussetzung, dass die wirksame beschleunigende Kraft genau die Grösse der auf ruhende Electricitäten im electrischen Felde ausgeübten Kraft besitze. Das Dichtenverhältniss  $\epsilon/\mu$  wurde früheren Resultaten entsprechend als von unveränderlicher Grösse und gleich  $6,39 \cdot 10^6 \text{ cm}^{1/2} \text{ g}^{-1/2}$  in Rechnung gesetzt, welche letztere Zahl das arithmetische Mittel der an drei verschiedenen Strahlenarten früher erhaltenen Zahlen<sup>1)</sup> ist.

Betreffend die Geschwindigkeit  $v_0$  ersehen wir aus der Tabelle zuerst, dass sie sich für die erste Strahlenart jedesmal kleiner ergibt als für die zweite, ganz wie dies früher<sup>1)</sup> auf anderem Wege gefunden wurde. Wir sehen weiter, dass diese Uebereinstimmung auch zahlenmässig mit der zu erwartenden Genauigkeit zutrifft, denn die für dieselben beiden Strahlenarten früher gefundenen Geschwindigkeiten,  $0,67$  bez.  $0,81 \cdot 10^{10} \text{ cm/sec}$ , werden von den jetzt gefundenen gut in die Mitte genommen. Wir nehmen dies als Bestätigung der benutzten Theorie und der gemachten Annahmen; wir sehen insbesondere auch den früher gefundenen Werth des Dichtenverhältnisses gut bestätigt. Uebrigens wird man bemerken, dass die Schwankungen in den für dieselbe Strahlenart gefundenen Werthen von  $v_0$  grösser sind, als die mögliche Unsicherheit der Messungen; dieser Umstand findet indess eine genügende Erklärung in den uncontrolirbaren Schwankungen, welchen die Erzeugungsbedingungen der Strahlen unterworfen sind.

Was die Geschwindigkeit  $v_1$  der den Condensator verlassenden Strahlen anlangt, sehen wir, dass die langsamsten Strahlen erhalten wurden durch Verzögerung der ursprünglich schon langsameren ersten Strahlenart; das so erreichte Minimum gemessener Geschwindigkeit ist etwa ein Zehntel der Lichtgeschwindigkeit. Die schnellsten erhaltenen Strahlen, erzeugt durch Beschleunigung der zweiten Strahlenart, haben fast genau ein Drittel der Lichtgeschwindigkeit. Diese beiden erhaltenen äussersten Strahlenarten unterscheiden sich sehr

1) P. Lenard, Wied. Ann. 64. p. 287. 1898.

bemerkbar in der Fähigkeit den benutzten Schirm — Penta-decylparatolyketon auf Papier — zu erleuchten. Die Phosphoreszenzflecke der schnellsten Strahlen sind ausserordentlich hell, die der langsamsten sind nur mit Schwierigkeit überhaupt zu sehen. Eine deutliche Abweichung von scharf geradliniger Verbreitung der Strahlenbündel im leeren Raume habe ich unter den obwaltenden Umständen in keinem Falle bemerken können; auch war die Absorbirbarkeit der schnellsten Strahlenart nicht so gering, dass ein Glimmerblatt von 0,2 mm Dicke sehr bemerkbar durchdrungen worden wäre.

5. Die Veränderung der electricischen Ablenkbarkeit der Strahlen wurde in folgender Weise beobachtet. Die Drahtrollen bei  $M$  waren entfernt und die eine der daselbst im Rohre befindlichen Metallplatten jetzt von der Wandbelegung isolirt, im übrigen die Anordnung nach dem Schema der Fig. 2 getroffen, in welcher ausser dem jetzt benutzten Schirme  $S_2$

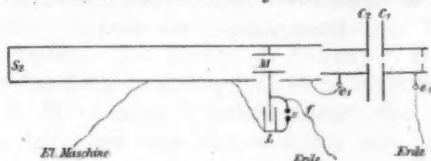


Fig. 2.

nur Metalltheile gezeichnet sind;  $L$  bedeutet eine Leydener Flasche mit isolirter äusserer Belegung,  $s$  eine Funkenstrecke von  $\frac{1}{3} - \frac{1}{2}$  mm Länge,  $f$  eine Hanfseil. Man übersieht, dass bei geladenem Apparate die isolirte Platte  $M$  periodisch ein geringeres Potential annehmen wird als die mit  $C_2$  verbundene andere Platte  $M$ . Der Potentialunterschied der beiden Platten ist durch die Länge der Funkenstrecke  $s$  zu reguliren, er erreicht den vollen dieser Länge entsprechenden Betrag in dem Augenblicke, in welchem ein Funke die Strecke überspringt, worauf er zu Null herabsinkt, um dann durch die Wirkung der schwach leitenden Hanfseil von neuem wieder anzusteigen. Man beobachtet dabei ein Wandern des Phosphoreszenzfleckes am Schirm aus seiner unabgelenkten Lage heraus bis zu einem Punkte, von welchem er wieder zu jener Lage zurückspringt. Die Länge des dabei beschriebenen Weges misst die electricische Ablenkung der durch den Con-

densator veränderten Strahlen. Soll die Ablenkung der unveränderten Strahlen gemessen werden, so wird das ganze System  $C_2$  zur Erde geleitet und unter Weglassung der Hanfschnur allein die isolirte Platte  $M$  und die Flasche  $L$  geladen, sodass wieder in passenden Intervallen Funken die Strecke  $s$  überspringen. Der Weg des Phosphoreszenzfleckes misst wieder die electriche Ablenkung. Man findet dieselbe nun sehr bemerkbar vergrößert durch eine positive Ladung des Condensators und verkleinert durch eine negative Ladung. Es betrug z. B. bei positiver Ladung bis auf annähernd 1 cm Schlagweite die electriche Ablenkung 15 mm, wenn sie bei ungeladenem Condensator unter sonst gleichen Umständen 10 mm beträgt. Damit ist auch die Veränderung der electriche Ablenkbarkeit erwiesen und gezeigt, dass Sinn und Grössenordnung der Veränderung der Erwartung entsprechen.

Kiel, im April 1898.

(Eingegangen 1. Mai 1898.)

#### 4. Dunkler Kathodenraum; von A. Wehnelt.

##### I. Bedeutung des dunklen Kathodenraumes für die Vorgänge der Entladung.

###### 1. Einleitung.

Während durch zahlreiche Untersuchungen die Eigenschaften des positiven Lichtes, des Glimmlichtes und der Kathodenstrahlen eingehend erforscht sind, fehlen derartige Untersuchungen über den dunklen Kathodenraum, das von Hrn. Goldstein als zweite Kathodenschicht bezeichnete Gebilde, noch in mancher Hinsicht, trotzdem derselbe bei dem Vorgange der Entladung eine ganz hervorragende Rolle spielt. Die grundlegenden Untersuchungen von Hrn. W. Hittorf<sup>1)</sup> haben ergeben, dass an der Kathode ein grosser Uebergangswiderstand besteht. Die Herren A. Schuster, E. Warburg u. a. haben das Kathodengefälle genauer untersucht. Versuche von Hrn. E. Wiedemann<sup>2)</sup> haben gezeigt, dass sobald eine bis auf die Spitze mit Glas isolirte Anode oder die Mündung einer Glasröhre<sup>3)</sup>, an deren anderem Ende sich die Anode befindet, in den um eine kreisförmige Platte entstehenden dunklen Kathodenraum eingeführt wird, das Entladungspotential sehr hoch steigt. An Stelle der stetigen Entladung treten einzelne Funken.

Nach diesen Untersuchungen setzen diejenigen Stellen der Entladungsröhren, denen bei der Entladung selbst *der dunkle Kathodenraum entspricht, dem Austritt der positiven Electricität d. h. der Ausbildung der positiven Entladung einen sehr grossen Widerstand entgegen*, mag dieselbe durch die metallische Anode oder durch die positive, leuchtende Gas-säule zugeführt werden.

Zur Beurtheilung der Wirkungsweise des dunklen Raumes musste untersucht werden, ob der Widerstand in ihm dem-

1) W. Hittorf, Pogg. Ann. 136. p. 1 u. 197. 1869; Wied. Ann. 20. p. 705. 1884; 21. p. 95. 1884.

2) E. Wiedemann, Wied. Ann. 20. p. 767. 1883.

3) E. Wiedemann, Wied. Ann. 63. p. 242. 1897.

jenigen entspricht, wie ihn ein *Dielectricum* darbietet, in welchem die Entladungen in Form von schnell gedämpften Funken ablaufen, oder demjenigen eines sehr *schlechten Leiters*. Untersuchungen der Herren E. Wiedemann und G. C. Schmidt<sup>1)</sup> haben nun ergeben, dass, während die leuchtende Gassäule in hohem Grade befähigt ist, die von dem Endcondensator eines Lecher'schen Drahtsystemes ausgehenden Schwingungen aufzunehmen, der dunkle Kathodenraum nur eine geringe solche Wirkung zeigt.

Diese Versuche deuten darauf hin, dass der dunkle Kathodenraum sich wie ein *Dielectricum* verhält, und dass daher, falls man unter geeigneten Versuchsbedingungen eine Entladung durch den dunklen Raum erzwingt, die Entladung einen *disruptiven Charakter* wie in Paraffinöl etc. annehmen muss.

*Als Reagenz auf die Natur dieser Entladungen diene mir die Eigenschaft schnell gedämpfter Entladungen, sei es, eine Frittröhre<sup>2)</sup> zu beeinflussen, sei es, in einem Lecher'schen Drahtsysteme schwach gedämpfte Resonanzschwingungen zu erregen.*

## 2. Versuchsanordnung.

### a) Entladungsröhren.

Die Entladungsröhren hatten die im einzelnen später angegebene Form. Die Electroden derselben waren stets aus Aluminium hergestellt. Die Röhren waren grösstentheils mittels gewöhnlicher Schliffe an die Quecksilberpumpe angesetzt, nur in ganz vereinzelt Fällen wurden sie zur Vermeidung von Fettdämpfen direct an dieselbe angeschmolzen.

Sollten bewegliche Electroden, die einander genähert werden konnten, benutzt werden, so wurde ein Rohr, wie etwa Fig. 1, die die ganze Anordnung<sup>3)</sup> zeigt, verwendet.

1) E. Wiedemann u. G. C. Schmidt, Wied. Ann. 62. p. 462. 1897.

2) Ich benutze im Anschluss an Hrn. Slaby statt des englischen Wortes „Coherer“ den deutschen Ausdruck „Frittröhre“. A. Slaby, Die Funkentelegraphie. Berlin, Verlag von Leonhard Simion, 1897. p. 16.

3) Eine solche Anordnung wurde von Hrn. E. Wiedemann, Wied. Ann. 20. p. 764. 1883 angegeben, die von mir benutzte Form entsprach im wesentlichen der von Hrn. R. Wood, Wied. Ann. 59. p. 246. 1897 beschriebenen.

An den weiten Schliff  $s$  konnten beliebig geformte Röhren angeschmolzen werden. An den Schliff  $s$  war nach abwärts ein 90 cm langes Glasrohr  $\gamma_2$  von 1,5 cm Durchmesser angesetzt; durch  $p$  stand es mit der Quecksilberpumpe in Verbindung. Das abwärts führende Rohr tauchte in ein Gefäß  $G$  mit Quecksilber. So konnte eine, an einem langen U-förmig gebogenen Rohr  $\gamma_1$  befindliche Electrode  $K$  um eine beliebige Strecke auf und ab geschoben werden. Die Zuleitung zur Electrode geschah durch den bei  $D$  eingeschmolzenen Platindraht. Die Verschiebungen der Electrode  $K$  resp. die Abstände derselben von der durch  $g$  eingeführten Electrode und die Ausdehnung des dunklen Raumes wurden an einer an der Aussenwand des Rohres befestigten Papierscala abgelesen.

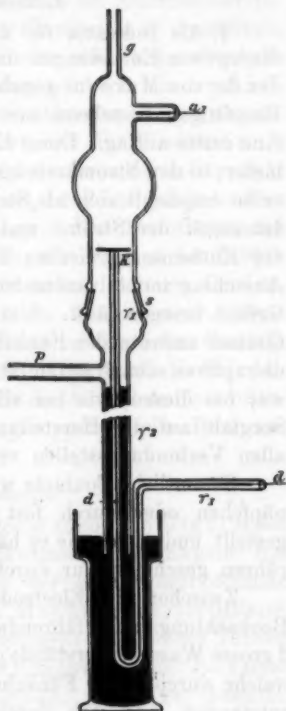


Fig. 1.

#### b) Pumpen und Manometer.

Zur Evacuation diente theils eine kleine Quecksilberluftpumpe nach Spiess<sup>1)</sup>, theils eine solche nach Raps.<sup>2)</sup> Der Druck wurde in allen Fällen mittels eines stets mit der Pumpe verbundenen MacLeod'schen Manometers gemessen.

#### c) Stromquellen.

Als Stromquelle diente gewöhnlich, wenn nichts besonderes bemerkt ist, eine 20plattige Influenzmaschine<sup>3)</sup>, die die Resonanz-

1) P. Spiess, Zeitschr. f. d. phys. u. chem. Unterr. 8. p. 363. 1895.

2) Raps, Wied. Ann. 43. p. 629. 1891 u. Zeitschr. f. Instrumentenk. 1891. p. 256.

3) Dieselbe gehört Herrn E. Wiedemann und war von ihm aus Mitteln des Elisabeth Thompson-Fond angeschafft worden.

erscheinungen besonders rein zeigte, oder, falls grössere Entladungspotentiale erforderlich waren, ein Inductionsapparat<sup>1)</sup> für 30 cm Funkenlänge, betrieben mittels Deprezunterbrechers. In einem Falle wurde auch ein Kontrollversuch mit einem Hochspannungsaccumulator nach Zehnder von 1000 Zellen angestellt.

d) Nachweis der Wellen.

1) Als Indicator für das Auftreten der kurz abgerissenen disruptiven Entladungen diente die Branly'sche Frittröhre in der ihr von Marconi gegebenen Form; in einem Falle auch ein Empfänger bestehend aus zwei Stahlnadeln, auf denen lose eine dritte auflag. Diese Empfänger waren mit einem Galvanometer in den Stromkreis einer Thermosäule eingeschaltet. Dieselbe empfiehlt sich als Stromquelle einmal wegen der geringen Intensität der Ströme und dann weil sich durch Aenderung der Entfernung zwischen Thermosäule und Wärmequelle, der Ausschlag im Galvanometer leicht auf eine beliebige, geeignete Grösse bringen lässt. Um nicht durch die bei mangelhaftem Contact auftretenden Fünkchen und die dadurch hervorgerufenen disruptiven schnell gedämpften Entladungen getäuscht zu werden, war bei diesen, wie bei allen folgenden Versuchen, besondere Sorgfalt auf die Herstellung guter metallischer Contacte an allen Verbindungsstellen verwendet worden.

Sämmtliche Contacte wurden entweder durch Quecksilbernäpfchen oder durch fest angezogene Klemmschrauben hergestellt und nicht, wie es häufig beim Arbeiten mit Entladungsrohren geschieht, nur durch in Oesen eingehängte Drähte.

Zwischen die Electroden der Maschine und die in den Beobachtungsraum führenden Drähte waren in manchen Fällen 2 grosse Wasserwiderstände geschaltet. Dadurch wurden Wellen, welche durch kleine Fünkchen an den Aufsaugern der Maschine entstanden, und sich durch die Drahtleitungen in den Beobachtungsraum fortpflanzten, sehr geschwächt. Diese Wellen veranlassten sonst ein stetes Ansprechen der Frittröhre, das die Beobachtung des Eintrittes der von dem Entladungsrohr aus-

1) Bezogen von der Firma F. Ernecke in Berlin. Dieser Apparat zeichnet sich durch ein vorzügliches regelmässiges Functioniren aus, was für die Beobachtung der Resonanzerscheinungen von wesentlichem Werthe ist.



gehenden Wellen sehr erschwerte, sogar mitunter unmöglich machte. Die jetzt noch von der Maschine zur Frittröhre gelangenden Wellen gaben nur einen sehr geringen und constanten Ausschlag am Galvanometer, sodass der Augenblick des Auftretens von Wellen im Entladungsrohr scharf festgestellt werden konnte. Zugleich erleichterten die Widerstände eine genauere Ablesung der Entladungspotentiale am Electrometer infolge des langsameren Zufließens der Electricität zu demselben.

Bei einem Teil der Versuche wurden die zu untersuchenden Röhren statt der primären Funkenstrecke in ein Lecher'sches Drahtsystem eingeschaltet. Letzteres entsprach im wesentlichen der von den Herren H. Ebert und E. Wiedemann<sup>1)</sup> angegebenen Form. Die primären Condensatoren, deren Capacität beliebig geändert werden konnte, bestanden aus quadratischen Zinkplatten von je 30 cm Seitenlänge. Die Drahtlänge des Lecher'schen Systems betrug 600 cm, der Abstand der Drähte 30 cm. An den Enden der Drähte befand sich ein Condensator mit runden Platten von 20 cm Durchmesser, deren Abstand beliebig geändert werden konnte. An diesen Condensator wurden die von den Herren H. Ebert und E. Wiedemann in ihren Arbeiten beschriebenen empfindlichen electrodenslosen Röhren als Indicatoren etwaiger auftretender Resonanz angelegt.

#### e) Potentialmessungen.

Zur Messung der Potentiale diente theils ein Righi'sches Electrometer theils ein Funkenmikrometer mit Kugeln von 1,0 cm Radius. Zur Berechnung der Entladungspotentiale mittelst letzterem wurde die von Heydweiller (Hülfsbuch für die Ausführung electricischer Messungen) angegebene Tabelle Nr. 13 (Funkenpotentiale bei gleichen Kugelelectroden;  $r=1,0$  cm nach Czermak, Freyberg, Paschen, Quincke) benutzt.

#### 3. Einfluss des dunklen Kathodenraumes an metallischen Kathoden.

a) Versuche, bei denen durch Evacuation der dunkle Raum der Anode genähert wurde.

Die im Folgenden beschriebenen Versuche haben ergeben, dass, *sobald der positiven Entladung der Weg zum Glimmlicht*

1) H. Ebert u. E. Wiedemann, Wied. Ann. 48. p. 49 ff. 1893.

durch den dunklen Raum abgeschnitten ist, die Entladungen disruptiv und schnell gedämpft sind, der dunkle Raum sich also wie ein vollkommenes Dielectricum verhält.

1. *Vorversuch mit dem Stahlnadelempfänger* (vgl. p. 6). Um zu untersuchen, ob überhaupt schnell gedämpfte Entladungen in Entladungsröhren zu erhalten sind, benutzte ich ein cylindrisches Rohr von 10 mm lichter Weite mit zwei kreisförmigen, den Querschnitt des Rohres fast ausfüllenden Aluminium-electroden (Fig. 2). Der Abstand der Electroden betrug ca. 2 cm.

Der Versuch ergab, dass bei geringer Evacuation keine die Fröhröhre erregenden Wellen ausgesandt wurden, dass aber bei starker Evacuation dann, wenn der dunkle Raum die Anode völlig umhüllte, eine ganz andere Form der Entladung auftrat, indem starke electriche Wellen von dem Rohre ausgingen, die durch einen Ausschlag des Galvanometers selbst dann noch bemerk-

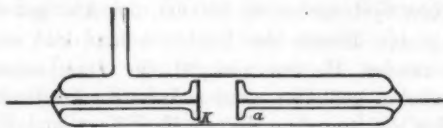


Fig. 2.

bar waren, wenn der Empfänger 5 m von der Röhre entfernt war.

2. *Verfahren unter Benutzung des Lecher'schen Drahtsystems* (vgl. p. 512). Die Herren H. Ebert und E. Wiedemann<sup>1)</sup>, deren Resultate später von Hrn. R. Apt<sup>2)</sup> bestätigt worden sind, haben gefunden, dass eine kräftige Anregung von electrodenlosen Entladungsröhren am Endcondensator eines Lecher'schen Drahtsystemes nur dann auftritt, wenn die erregenden Funken schnell gedämpft sind, und dass keine Anregung vorhanden ist, wenn statt des Funkens in Luft von höherem Druck die Entladung in einer Geissleröhre verwandelt wird, und zwar selbst dann nicht, wenn das Entladungspotential in letzterem Falle ein wesentlich höheres ist, als im ersteren. Diese älteren Versuche waren nur mit Röhren, in denen hohe Drucke (1 mm und mehr) herrschten, angestellt worden.

1) H. Ebert u. E. Wiedemann, Wied. Ann. 49. p. 36 ff. 1893.

2) R. Apt, Wied. Ann. 61. p. 301 ff. 1897.

Ich habe geprüft, ob die bei meinem ersten Versuche benutzte Röhre (Fig. 2) statt der primären Funkenstrecke in ein Lecher'sches Drahtsystem eingeschaltet, bei genügender Evacuation eine kräftige Resonanz und dadurch ein Ansprechen einer Entladungsröhre am Endcondensator herbeiführen würde.

*In der That sprach am Endcondensator eine electrodenlose Röhre an, wenn statt der primären Funkenstrecke das Entladungsrohr eingeschaltet wurde, sowie soweit evacuirt war, dass der dunkle Raum die Anode umhüllte.*

Um aber festzustellen, dass *stets*, wenn die positive Entladung durch den dunklen Raum zum Glimmlicht geht, solche

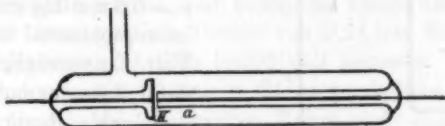


Fig. 3.

disruptiven schnell gedämpften Entladungen auftreten, wurden folgende Versuche angestellt.

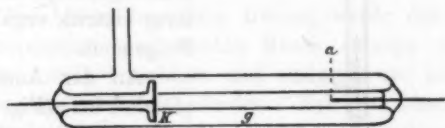


Fig. 4.

a) Zunächst wurde die Anode *a* (Fig. 3), die aus einem bis zum Ende in einer Glasröhre steckenden Aluminiumdrahte bestand, bis auf ungefähr 0,2 mm der scheibenförmigen Kathode *K* genähert. Schon bei einem Druck  $p = 0,1$  mm Quecksilbersäule und einem Entladungspotentiale von 5000 Volt trat eine ausserordentlich reine und kräftige Resonanz im Drahtsysteme auf. Wurde die Anode nicht bis zur Spitze in Glas eingehüllt, sondern blieb sie auf eine Länge von ungefähr 5 mm frei, so trat die Erscheinung der disruptiven, schnell gedämpften Entladung erst sehr viel später bei  $p = 0,03$  mm Hg auf, wobei auch das Entladungspotential wuchs und zwar bis auf 15000 Volt.

b) Es wurde eine Röhre untersucht, in der die *positive Entladung durch ein längeres Glasrohr*<sup>1)</sup> in den dunklen Raum eingeführt wurde. Die Röhre (Fig. 4) besaß eine kreisförmige Kathode *K*. Die kurze Anode aus Aluminiumdraht befand sich am Ende einer ungefähr 10 cm langen Glasröhre *g* von 3 mm innerem Durchmesser, deren Ende wieder bis auf 0,2 mm der Kathode genähert war. Die disruptive schnell gedämpfte Entladung trat hier bei  $p = 0,2$  mm und einem Entladungspotential von 13000 Volt ein.

Wurde die Mündung der Glasröhre zu einer engen Spitze

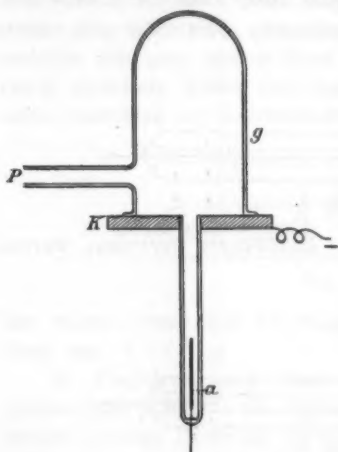


Fig. 5.

ausgezogen, so trat die typische Entladung schon bei  $p = 0,3$  mm Hg ein, das Entladungspotential betrug 6500 Volt. Ein vorzüglicher Beweis dafür, dass nur dadurch, dass der dunkle Raum die Mündung der die positive Entladung zuführenden Röhre verschliesst, die disruptive schnell gedämpfte Entladungsform eintritt, ergab sich aus Folgendem.

An der Anode schlug plötzlich bei *a* (Fig. 4) die Entladung die Glasröhre durch, und sofort hörte die disruptive Entladung auf, denn

jetzt war dem positiven Licht ein Weg zur Vereinigung mit dem Glimmlicht gegeben, ohne erst den dunklen Raum durchbrechen zu müssen, und in der That sah man deutlich aus der bei *a* entstandenen Oeffnung geschichtetes positives Licht austreten.

c) Eine *anderweitige Anordnung*, die positive Entladung zu zwingen, sich durch den dunklen Raum hindurch mit dem Glimmlicht und zwar von rückwärts zu vereinigen, ist in Fig. 5 dargestellt. Ein an einer Seite halbkugelförmig geschlossenes

1) Vgl. E. Wiedemann, Wied. Ann. 63. p. 243. 1897.

Glasrohr *g* war auf der anderen Seite durch eine aufgekittete Aluminiumplatte *K* verschlossen. Letztere diente als Kathode. In eine Durchbohrung in der Mitte derselben war eine enge Glasröhre gekittet, die am Ende eine eingeschmolzene Anode *a* enthielt. Durch diese Anordnung wurde erreicht, dass schon bei relativ hohen Drucken die disruptiven schnell gedämpften Entladungen eintraten.

*Bemerkung.* Zum Beweise, dass nicht etwa nur durch ein besonders hohes Ansteigen des Entladungspotentiales die Resonanzerscheinungen veranlasst werden, wurden zwei Röhren benutzt, die bei gänzlich verschiedener Form (die eine entsprach der Fig. 3, die andere einer Geisler'schen Röhre, wie sie zur Spectralanalyse gebraucht werden, nur betrug die Länge der Capillare 75 cm), bei einem gleichen Drucke von 0,24 mm Hg dasselbe Entladungspotential, nämlich 10000 Volt besaßen. Es zeigte sich, dass man mit der ersteren Röhre vorzügliche Resonanz erhielt, während bei der zweiten Röhre nicht das geringste Anzeichen einer solchen zu erkennen war.

- b) Versuche, bei denen Anode und Kathode mechanisch genähert wurden.

Bei den bisher benutzten Röhren wurde durch allmähliches Auspumpen der dunkle Raum solange vergrößert bis er die Anode einschloss und dadurch die abgerissenen disruptiven Entladungen auftraten. Bei den folgenden Versuchen wurde ein Rohr mit beweglicher Kathode benutzt. Dasselbe gestattete bei gleich bleibendem Drucke ein mechanisches Verschieben des dunklen Raumes und dadurch eine viel sicherere Beobachtung und auch einwandfreiere Prüfung obiger Annahme, dass der dunkle Raum dielectricische Eigenschaften hat. Das Rohr (Fig. 1) war cylindrisch mit einer kugelförmigen Erweiterung in der Mitte. Die beiden cylindrischen Theile mit gleichem Durchmesser von 3 cm waren je 15 cm lang. Die Erweiterung hatte 6 cm Durchmesser. *a* ist eine seitwärts eingeschmolzene Hülselectrode. In das kurze Ansatzrohr *g* wurden verschiedene Electroden eingekittet. Zunächst wurde als Anode ein bis zur Spitze in Glas befindlicher Aluminiumdraht benutzt.

Der Gang der Messungen war folgender:

Bei einem grösseren Abstände der Electroden wurde das Rohr ausgepumpt, bis der dunkle Raum die gewünschte Länge hatte, worauf an dem Manometer der Druck abgelesen wurde. Derselbe blieb während einer Messung genügend constant, da das Rohr stets mit der Pumpe, dem Manometer und ausserdem noch mit einer stets gleichzeitig mit ausgepumpten grossen

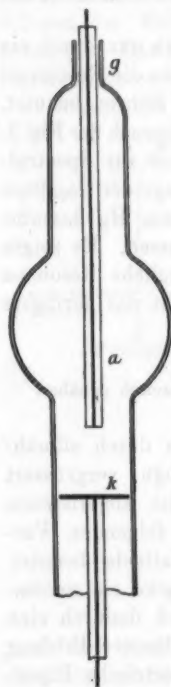


Fig. 6.



Fig. 7.

Flasche von 1 Liter Inhalt verbunden blieb. Hierauf wurde die bewegliche Electrode der feststehenden genähert. Bei verschiedenen Abständen zwischen *a* und *k* wurde das Entladungspotential gemessen. Das aus dem Ansprechen der Frittröhre sich ergebende Auftreten der disruptiven schnell gedämpften Entladungen ist in den Tabellen besonders durch ein\* angedeutet.

Es wurde eine Reihe Messungen in dem unteren cylindrischen Theile (Fig. 6) und eine zweite in dem mittleren kugelförmigen Theile (Fig. 7) ausgeführt. Die erste dieser Messungsreihen wurde bei drei verschiedenen Drucken, d. h. drei verschiedenen Längen des dunklen Raumes vorgenommen. Um zugleich die von Hrn. Hagenbach<sup>1)</sup> beobachtete Umkehr

der Ventilwirkung, die später besonders behandelt werden soll, mit in den Bereich der Beobachtung zu ziehen, wurde je eine Messungsreihe aufgenommen, wenn der Strom von Spitze zu Platte, und je eine, wenn er umgekehrt verlief.

In den folgenden Tabellen bezeichnet *l* den Abstand der

1) Ed. Hagenbach, Wied. Ann. 63. p. 1 ff. 1897.

Electroden.  $V_{sp}$  das Entladungspotential, wenn der Strom von Spitze zu Platte, d. h. also bei Spitzenstellung,  $V_{pl}$  das-

Tabelle I.

Druck = 0,1 mm Hg.

Ausdehnung des dunklen Raumes = 15 mm.

$l$	$V_{sp}$	$V_{pl}$	$V_{sp}/l$	$V_{pl}/l$
49	550	1580*	11,28	31,6
38	550	1700*	14,5	42,5
30	550	1700*	18,3	56,7
20	680	1580*	31,5	79
15	780	1500*	52	100
10	950	1450*	95	145
5	1480	1480	296	296
4	1840*	2120	460	530
3	2550*	3460*	850	1153
2	4060*	6330*	1080	3165
1	8550*	6560*	8550	6560

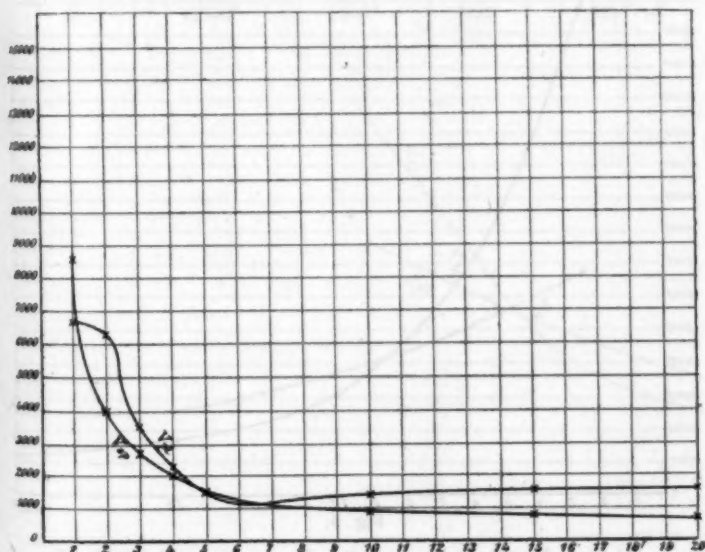


Fig. 8.



jenige, wenn er von Platte zur Spitze geht, d. h. also bei Plattenstellung.<sup>1)</sup> Die Quotienten  $V_{sp}/l$  und  $V_{pl}/l$  bedeuten die Festigkeit des dunklen Raumes bei Spitzen- und bei Plattenstellung oder mit anderen Worten die mittleren Potentialgradienten.

Tabelle II.

Druck = 0,045 mm.

Ausdehnung des dunklen Raumes = 28 mm.

$l$	$V_{sp}$	$V_{pl}$	$V_{sp}/l$	$V_{pl}/l$
50	1000	3160*	20	63,2
40	1040	3000*	26	75
30	1040	2830*	31,3	94,3
20	1130	2730*	56,5	136,5
15	1730*	2550*	115,4	170
10	3080*	3670*	308	367
5	8600*	5560*	1720	1112
2,5	14780*	6700*	5912	2680

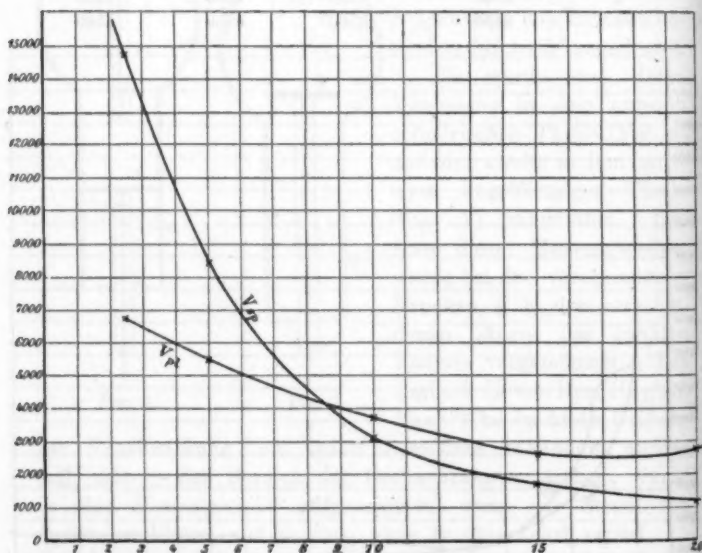


Fig. 9.

1) Diese Bezeichnungen sind der oben erwähnten Arbeit des Hrn. Hagenbach entlehnt.

Tab. I—III sind im engen cylindrischen Theile, Fig. 6, Tab. IV im mittleren kugelförmigen Theile, Fig. 7, aufgenommen. Die Resultate jeder Tabelle sind ferner als Curven gezeichnet und befinden sich unter jeder zugehörigen Tabelle (Fig. 8—11). Dabei ist  $l$  Abscisse und  $V_{,p}$  bez.  $V_{,pl}$  Ordinate.

Eine Wiederholung der Versuche unter Anwendung einer *Accumulatorenbatterie* von 2000 Volt Spannung bestätigte die

Tabelle III.

Druck = 0,025 mm.

Ausdehnung des dunklen Raumes = 42 mm.

$l$	$V_{,p}$	$V_{,pl}$	$V_{,p}/l$	$V_{,pl}/l$
50	1730	4800*	34,6	96
40	1870	4360*	41,75	109
30	2000*	4000*	66,7	133,3
20	4000*	5100*	200	255
15	6330*	6630*	422	442
12,5	8550*	7750*	684	620
10	12800*	8950*	1280	895

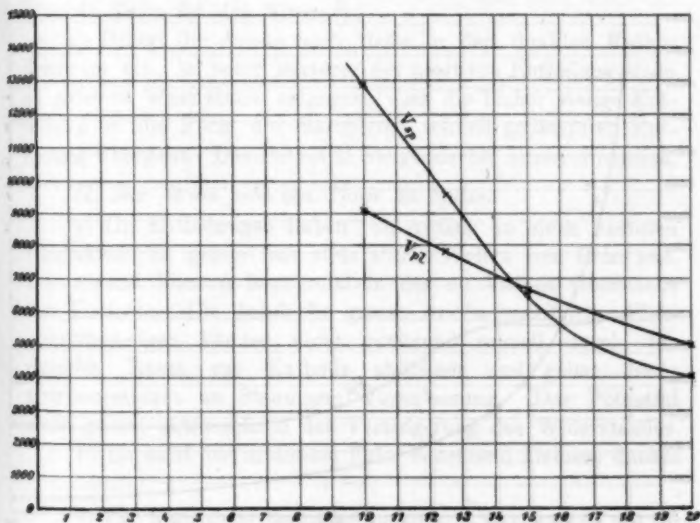


Fig. 10.

mit der Influenzmaschine erhaltenen Resultate in jeder Hinsicht. Erreichte bei Annäherung beider Electroden der dunkle Raum die Anode, so bog das positive Licht, indem es die Grenze des dunklen Raumes etwas eindrückte, nach rück-

Tabelle IV.

Druck = 0,042 mm.

Ausdehnung des dunklen Raumes = 25 mm.

$l$	$V_{sp}$	$V_{pt}$	$V_{sp}/l$	$V_{pt}/l$
50	320	2880*	6,4	56,6
40	450	3000*	11,25	75
30	550	3000*	18,3	100
20	550	2830*	27,5	141,5
15	700*	2880*	47	190
10	1420*	3160*	142	316
5	3180*	5750*	632	1150
3	8370*	5920*	2790	1973
2	8660*	5920*	4330	2960
1	14140*	6090*	14140	6090

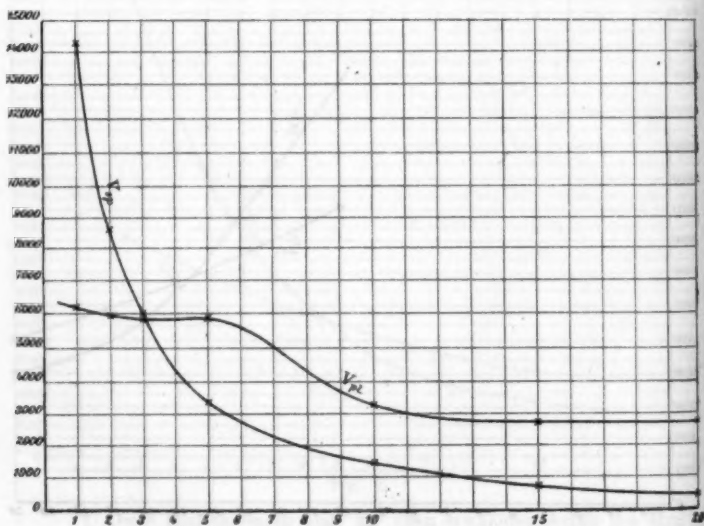


Fig. 11.

wärts um, bis die Entladung bei noch weiterer Annäherung der Electroden, der zu geringen verfügbaren Spannung wegen vollkommen aussetzte. Die Umkehr der Ventilwirkung trat auch hier deutlich hervor.

Aus den Zahlen der obigen Tabellen, sowie den zugehörigen Curven lässt sich nun eine Reihe von Schlüssen ziehen:

*I. Der Strom geht von Spitze zu Platte.*

a) Bei Annäherung sinkt das Entladungspotential gleichmässig, da der Widerstand im Rohre sinkt, bis

b) der dunkle Kathodenraum die Anode erreicht. Von hier an steigt das Entladungspotential, da das positive Licht sich jetzt umbiegen muss, um sich mit dem Glimmlicht zu vereinigen, und so einen längeren Weg zurückzulegen hat.

c) Das zuerst die Mitte der Platte kreisförmig bedeckende Kathodenstrahlenbündel wird bei Annäherung der Anode, durch die sich an der die Anode umhüllenden Glasröhre ausbildenden, secundären, dunklen Räume beeinflusst und von der Mitte aus ringförmig auseinander gedrängt. Die Kathodenstrahlen treffen daher die Anode nicht, bilden somit auch keine leitende Bahn für den Strom.<sup>1)</sup>

d) Dringt die Anode noch tiefer in den dunklen Kathodenraum ein, so setzt letzterer der positiven Entladung einen so grossen Widerstand entgegen, dass die bisher stetige Entladung in die Form der disruptiven schnell gedämpften Entladung übergeht. Das Potential steigt hierbei ausserordentlich.

*II. Der Strom geht von Platte zu Spitze.*

a) Die Entladungen haben von Anfang an einen unsteten Charakter. Es gehen fast stets starke Wellen vom Rohr aus. Der Grund hiervon liegt wohl in der zu kleinen Oberfläche der Kathode. Die durch die grosse Anode zugeführten Electritätsmengen können nicht genügend schnell durch den dunklen Raum zur Kathode abfliessen und geben daher gewissermassen zu Stauungen Veranlassung. Das Potential sinkt zuerst entsprechend der Verringerung des Widerstandes.

b) Erreicht der in diesem Falle bedeutend kleinere dunkle

---

1) Vgl. hiermit eine demnächst von Hrn. E. Wiedemann und mir erscheinende Abhandlung.

Raum die Anode, so findet auch hier ein wenigleich geringeres Anwachsen des Potentials statt.

c) Die von der Spitze ausgehenden Kathodenstrahlen treffen stets die Platte, wodurch ständig eine leitende Verbindung zwischen den Electroden aufrecht erhalten bleibt.

d) Es findet bei grösserer Annäherung ein allmähliches Ansteigen des Entladungspotentials statt und nicht wie bei I d ein plötzliches.

III. Die Festigkeit des dunklen Raumes bez. der Potentialgradient in demselben nimmt mit Annäherung der Anode an die Kathode stark zu, und bleibt nicht wie man eigentlich erwarten sollte, constant.

IV. Aus diesen Betrachtungen und aus der Wechselwirkung zwischen Anode und Kathode ergibt sich auch die Erklärung der von Hrn. Hagenbach behandelten Umkehr der Ventilwirkung in Entladungsröhren. Er findet: Bei sehr niederen Drucken geht die Entladung leichter von Platte zu Spitze, bei mittleren Drucken hingegen leichter von Spitze zu Platte.

Ich habe die Versuche mit den von Hrn. Hagenbach angegebenen Röhren wiederholt. Statt des Inductariums, welches das Vacuum sehr schnell verschlechtert, benutzte ich die 20 plattige Influenzmaschine. Hierdurch wurde eine bequemere Beobachtung als auch Messung der Erscheinungen erreicht, da die kleinen Energiemengen der Influenzmaschine das Vacuum nur in geringem Maasse beeinflussten. Ich maass Entladungspotentiale<sup>1)</sup> statt Stromstärken, um daraus den Schluss auf das jeweilige Ueberwiegen der Spitzen- oder Plattenstellung zu ziehen.

Meine Messungsergebnisse sind genau analog den von Hrn. Hagenbach gefundenen, und ich verzichte daher darauf, die Zahlen hier mitzutheilen, sondern suche nur die Erscheinungen, welche bei der Evacuation dieser Röhren auftreten, zu erklären.

1. *Sehr niedriger Druck.* Der Strom geht leichter von Platte zu Spitze, denn die von der Spitze ausgehenden Ka-

1) Letzteres hat auch Hr. Hagenbach bei einer Versuchsreihe gethan.

thodenstrahlen treffen stets die Platte und stellen eine leitende Verbindung her, während im umgekehrten Falle der von der Platte ausgehende dunkle Raum die Anode völlig umhüllt und dadurch den Stromdurchgang ausserordentlich erschwert.

2. *Mittlerer Druck.* Der Strom geht leichter von Spitze zu Platte, denn der an der Platte sich bildende dunkle Raum ist klein und erreicht die Anode nicht. Das positive Licht kann sich daher leicht mit dem Glimmlicht vereinigen, während im umgekehrten Falle die kleine Kathode die reichlich durch die Platte zuströmende Electricität nicht genügend schnell ableiten kann, wodurch der Widerstand der Röhre sich vergrössert.

Bei diesen Versuchen mit constantem Abstände der Electroden dehnt sich der dunkle Kathodenraum bei Veränderung der Evacuation soweit aus, bis er die Anode umhüllt, und dadurch eine Umkehr der Ventilwirkung eintritt. Bei den oben beschriebenen Versuchen mit der beweglichen Electrode hingegen war der Druck constant, d. h. Ausdehnung des dunklen Kathodenraumes constant. Die Anode wurde mechanisch durch Veränderung des Electrodenabstandes in den dunklen Raum eingeführt.

Das Ueberwiegen der Plattenstellung bei sehr niederen Drucken entspricht bei diesen Versuchen also einem sehr geringen Abstände der Electroden. Das Ueberwiegen der Spitzenstellung bei mittlerem Druck hingegen einem grossen Abstände der Electroden bei gleichem Druck, d. h. gleicher Ausdehnung des dunklen Raumes. Die aus den Tabellen gezogenen unter I und II angeführten Schlussfolgerungen erklären demgemäss vollkommen die Umkehr der Ventilwirkungen.

Zur Erläuterung des hohen Uebergangswiderstandes an der Kathode, wenn die Anode in den dunklen Raum eintaucht, können zwei Versuche von Hrn. E. Wiedemann<sup>1)</sup> und Hrn. W. Hittorf<sup>2)</sup> dienen, von denen besonders der erstere charakteristisch ist.

Hr. E. Wiedemann schaltete *zwei gleich lange und gleich weite cylindrische Röhren, die mit zwei Schliffen an*

1) E. Wiedemann, Wied. Ann. 20. p. 796. 1883.

2) W. Hittorf, Wied. Ann. 21. p. 95. 96. 1884.

die Pumpe gesetzt, gleichzeitig evacuirt werden konnten, parallel in den Stromkreis einer Influenzmaschine. Beide Röhren enthielten axial angebrachte drahtförmige Electroden, die bis zur Spitze mit Glas umgeben waren. Die Electroden der einen Röhre waren sehr nahe aneinander, während sie bei der zweiten weit voneinander entfernt waren. Bei hohem Druck ging die Entladung nur durch das erste Rohr mit geringem Abstand der Electroden, bei geringem Druck nur durch das zweite Rohr mit grossem Abstand der Electroden.

#### 4. Einfluss der der Kathode benachbarten Glaswände auf die Form der Entladungen.

In den oben besprochenen Fällen beruht das Auftreten der abgerissenen disruptiven Entladungen darauf, dass, sei es die Anode selbst, sei es die positive Lichtsäule, in den dunklen Raum eingeführt wird. Man beobachtet aber das Auftreten eines sehr grossen Entladungspotentialen und von Entladungen von ganz demselben Aussehen, wie in dem obigen Fall auch in Röhren von *solcher Länge*, dass sicher nicht die Anode in den dunklen Raum der Kathode hineinragt. Es war zu untersuchen, ob auch hier dunkle Räume eine entsprechende Rolle wie im ersten Falle spielten. Herr E. Wiedemann<sup>1)</sup> hat darauf aufmerksam gemacht, dass dadurch dass die Glaswände in der Nähe der Kathode die Rolle von Kathoden übernehmen, die Kathodenstrahlen von denselben nach der Mitte des Rohres gedrängt werden.

Diese Ansicht und ihre Beziehung zur obigen Frage ist im Folgenden eingehender behandelt worden.<sup>2)</sup> Besonders untersucht sind:

#### *Veränderungen der Dimensionen der Kathodenerscheinungen mit der Weite der Röhren und mit dem Druck in cylindrischen Röhren.*

Es wurden drei gleichlange Röhren mit den Durchmessern 10, 20 und 30 mm gleichzeitig an die Quecksilberluftpumpe

1) E. Wiedemann u. H. Ebert, Sitzungsber. d. phys.-med. Soc. zu Erlangen, 12. Dec. 1891. p. 41.

2) Dass die dunklen Räume, die die positive Lichtsäule von den Wänden des Gefässes trennen, dunklen Kathodenräumen entsprechen, lässt sich aus Versuchen von H. Ebert u. E. Wiedemann schliessen. (Wied. Ann. 60. p. 235 u. 238. 1893.)



gesetzt. Der Abstand der Electroden betrug 65 cm. Die kreisförmigen Electroden füllten in allen Röhren den Querschnitt vollkommen aus, ohne indess die Glaswandungen zu berühren. Durch einen Commutator konnten die drei Röhren nacheinander in den Stromkreis geschaltet werden.

Die nachstehende Tabelle giebt die Abhängigkeit der Dimensionen der Kathodenerscheinungen und des Entladungspotentialen von der Weite der Röhren und dem Druck, wovon soweit mir bekannt, noch keine Messungen vorliegen. Die Curve Fig. 12 zeigt die Abhängigkeit der Dicken der an der metallischen Kathode entstehenden dunklen Räume, Fig. 13 diejenige der Dicken der an den Glaswänden entstehenden secundären dunklen Räume vom Drucke in den drei Entladungsröhren. Die letzteren sind gleich der halben Differenz von dem Röhrendurchmesser und der Dicke des Kathodenstrahlenbündels. Die Curven sind nach den Zahlen der Tabellen gezeichnet.

Die mit einem Stern \* versehenen Stellen bezeichnen, dass unter den betreffenden Versuchsbedingungen die ursprüngliche Entladungsform in die neue Form der kurz abgerissenen disruptiven Entladung überging.

Aus der umstehenden Tabelle geht hervor:

1. *Mit abnehmendem Drucke wachsen die dunklen Kathodenräume an der Kathode.*

Die Curve (Fig. 12) zeigt, dass die dunklen Räume bei höheren Drucken proportional der Abnahme des Druckes wachsen, jedoch bei niederen Drucken einige Zeit vor dem Eintreten der Funkenentladung schneller zunehmen, als der Druck sinkt. In den weiteren Röhren ist der dunkle Raum etwas grösser. Das Anwachsen desselben verläuft jedoch in allen Röhren analog.

2. *Das Kathodenstrahlenbündel wird mit abnehmendem Drucke immer schmaler; mit völligem Verschwinden desselben setzt die disruptive schnell gedämpfte Entladung ein.*

Zur Erklärung dieser Erscheinung kann man entweder annehmen, dass die bei dem Eintritt der positiven Entladung auf der ganzen Kathode entstehenden Bewegungen nach der Mitte zusammen gedrängt werden, oder, aber, was wahrscheinlicher ist, dass die positive Entladung durch, an den Glaswänden ent-

Druck in mm Hg	Ausdehnung des dunklen Raumes in mm. Für die Durchmesser			Stärke des Kathoden- strahlenbündels in mm. Für die Durchmesser			Funkenpotential in Volt Für die Durchmesser			Dicke der sekundären dunklen Räume für die Durchmesser		
	10 mm	20 mm	30 mm	10 mm	20 mm	30 mm	10 mm	20 mm	30 mm	10 mm	20 mm	30 mm
0,65	1	2,6	10	9	20	2475	2250	1935	0	0	0	0
0,424	2	4,4	8	8	18	1575	1350	1125	0,5	0	0	0
0,28	3,2	7,5	8	7	15,4	1530	1485	990	1	1	0	0
0,2	5,3	8	10	7,1	14	1665	1080	1035	1,5	2,3	0	0
0,164	7,1	8	10	5,7	14	1800	1080	990	2,2	3	2	2
0,12	8,4	9,3	12	4,3	13	1665	900	1080	2,9	3,5	4,5	4,5
0,063	10,2	12,9	13,7	3,8	12	1755	1085	1080	3,1	4	5,4	5,4
0,037	12,8	14	16,4	2,9	9,8	2916	1080	1080	3,6	5,1	6,2	6,2
0,035	17	20	20	2	8	4820	1440	1125	4	6	7,5	7,5
0,05	18,9	21,5	21,5	1,2	7,7	5220	1300	945	4,4	6,1	7,7	7,7
0,034	21	23,6	23,6	1	6	8760	1575	1170	4,5	7	8,6	8,6
0,029	24,5	26	26	0,5-0	5,2	15300	2025	1260	—	7,4	9,0	9,0
0,026	27	33,2	33,2	—	3,4	21990	2475	1395	—	8,3	10,4	10,4
0,023	32	36	36	—	2,9	—	3996	2475	—	8,6	11,4	11,4
0,021	—	44	44	—	2	—	7020	3916	—	9	12,5	12,5
0,018	—	—	—	—	1,4-0	—	14100	7020	—	—	13,8	13,8
0,016	—	—	—	—	—	—	21450	14700	—	—	—	—

stehende, secundäre dunkle Räume zusammengedrängt, ihren Weg nur durch den in der Mitte noch freigelassenen Raum einschlägt, und daher die Kathodenstrahlen in der Mitte der Electroden austreten. Die Metallelektrode nebst der sie umgebenden Glaswand bilden dann gleichsam eine cylindrische

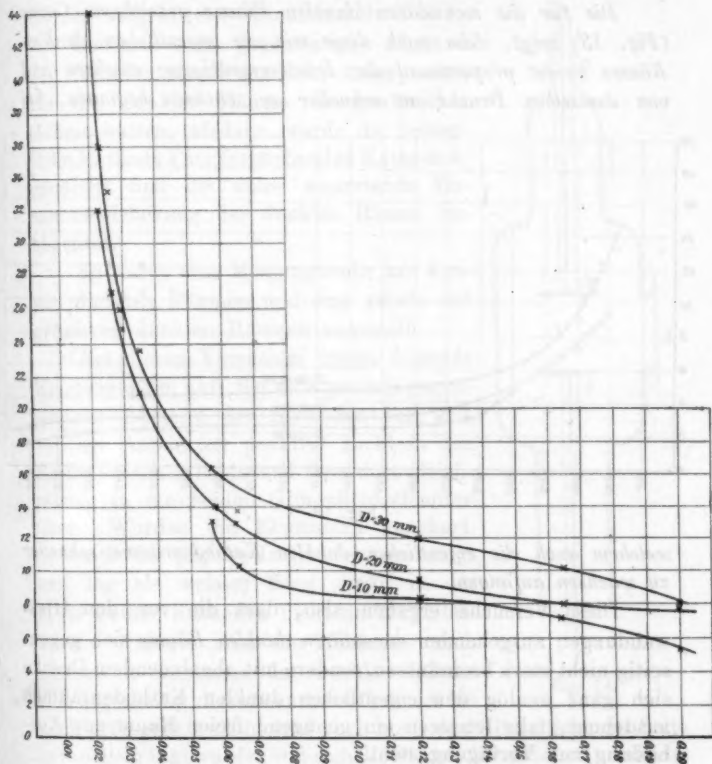


Fig. 12.

Hohlkathode. Dass die Richtung der Kathodenstrahlen die Richtung ist, in welcher die positive Entladung in die Kathode eintritt bez. die Potentialschwankungen stattfinden, ergibt sich aus Versuchen von E. Wiedemann und G. C. Schmidt.<sup>1)</sup>

1) E. Wiedemann u. G. C. Schmidt, Wied. Ann. 62. p. 607 ff. 1897.

Wie oben bemerkt, ist die Ausdehnung der dunklen Kathodenräume an der metallischen Kathode in verschiedenen weiten Röhren bei gleichem Drucke von der Rohrweite abhängig. Dasselbe ist mit den secundären dunklen Räumen der Fall, sie wachsen mit dem Durchmesser des Rohres.

Die für die secundären dunklen Räume gezeichnete Curve (Fig. 13) zeigt, dass auch diese wie die eigentlichen dunklen Räume zuerst proportional der Druckerniedrigung wachsen und von demselben Drucke an schneller zu wachsen beginnen, bei

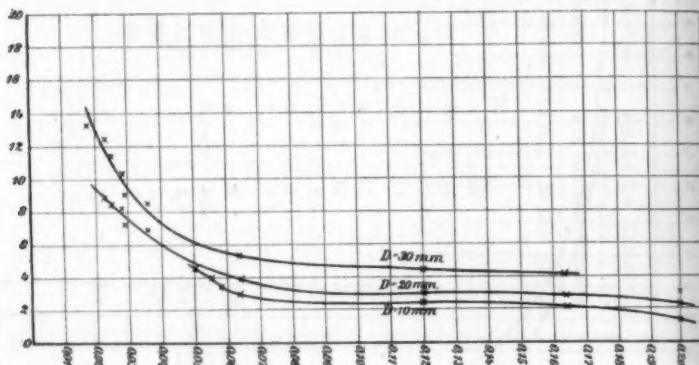


Fig. 13.

welchem auch die eigentlichen dunklen Kathodenräume schneller zu wachsen anfangen.

Diese Versuche ergaben also, dass die von den Glaswandungen ausgehenden secundären dunklen Räume sich gegenseitig nicht stark beeinflussen, sondern mit abnehmendem Drucke sich ganz analog den eigentlichen dunklen Kathodenräumen ausdehnen, falls letzteren ein genügend freier Raum zur Ausbildung zur Verfügung steht.

Diese secundären dunklen Räume sind daher wohl nicht völlig gleich mit den an metallischen Kathoden entstehenden dunklen Räumen, welche sich bekanntlich derartig beeinflussen, dass sie sich gegenseitig zusammendrücken. Diesbezügliche Versuche waren bisher stets mit feststehenden Electroden ausgeführt worden in der Art, dass man die Veränderungen in den dunklen Räumen bei verschiedenen Drucken beobachtete. Ein bequemes

Mittel, die gegenseitige Beeinflussung zweier dunkler Räume zu beobachten, bot die Anwendung einer beweglichen Electrode.

Die bewegliche Electrode  $k$  war gleichzeitig mit einer bei  $g$  eingekitteten gleich grossen plattenförmigen Electrode  $k_1$  (Fig. 14) mit dem negativen Pole der Influenzmaschine verbunden. Als Anode diente ein auf einen seitlichen kurzen Rohrstutzen aufgeklebtes Aluminiumblech  $A$ .<sup>1)</sup>

Bei grösserem gegenseitigen Abstand der Kathoden wurde das Rohr ausgepumpt, bis die dunklen Räume die gewünschte Grösse hatten, alsdann wurde die bewegliche Kathode  $k$  der feststehenden Kathode  $k_1$  genähert und die dabei eintretende Zusammendrückung der dunklen Räume beobachtet.

Es wurde eine Messungsreihe mit kleinen dunklen Räumen und eine zweite mit grösseren dunklen Räumen angestellt.

Bei diesen Versuchen treten folgende Erscheinungen auf: Bei sehr grossem gegenseitigen Abstand der Kathoden zog sich von der Anode her positives Licht in den Raum zwischen beide und floss dort gleichmässig in die beiden Glimmlightschichten über. Wurden die Electroden genähert, so wurde das positive Licht herausgedrängt und lag als weisser Ring genau in der Mitte beider Kathoden dicht an der Glaswand. Näherte man die Kathoden noch weiter, so begannen die dunklen Räume sich gegenseitig zusammenzudrücken, bis bei noch grösserer Annäherung auch noch das Glimmlight zur Seite herausgedrängt wurde, und sich die Summationsfläche ausbildete, welche, wie die genaue Beobachtung dieser Erscheinung zeigte, aus deflectirten und sich dadurch nach aussen drängenden Kathodenstrahlen besteht. Der hiermit eingetretene Zustand ist in den Tabellen mit einem \* bezeichnet. Von diesem Augen-

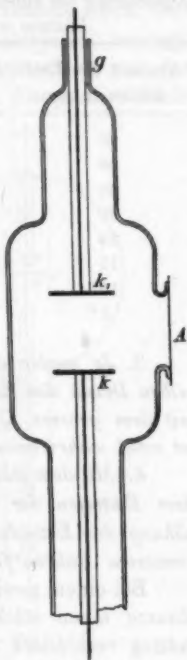


Fig. 14.

1) Einen ähnlichen Versuch hat, wie ich nachträglich gefunden, auch Hr. Tollenaar angestellt (Academisch Proefschrift, Amsterdam 1897).

blick an kann man natürlich keine Grenze mehr für die dunklen Räume angeben, da die scharf begrenzte Summationsfläche stets genau in der Mitte zwischen beiden Kathoden liegt.

## I. Versuchsreihe.

Druck = 0,19 mm Hg.

Ausdehnung des unbeeinflussten dunklen  
Raumes = 12 mm.

## II. Versuchsreihe.

Druck = 0,037 mm Hg.

Ausdehnung d. unbeeinflussten  
dunklen Raumes = 27 mm.

Abstand der Electroden in mm	Ausdehnung d. dunkel. Räume in mm	Ausdehnung der dunklen Räume in mm
60	—	27
50	—	20
40	12	16
30	10	11
20	7	10*
15	6	—
10*	5*	5*
5*	2,5*	2,5*

3. Je weiter die Röhre ist, um so niedriger ist bei demselben Druck das Entladungspotential. Ob dies im Zusammenhang mit dem grossen Querschnitt des Kathodenstrahlenbündels steht, ist wohl wahrscheinlich.

4. Mit dem Abschneiden des Kathodenstrahlenbündels und mit dem Eintreten der disruptiven Entladung tritt eine starke Erhöhung des Entladungspotentiales ein und zwar bei den von mir benutzten Röhren fast auf das Doppelte.

Bei einem gewissen Drucke nehmen die secundären dunklen Räume einen solchen Umfang an, dass sie die positive Entladung verhindern in gleichmässigem Strome zur Kathode zu gelangen. Infolge dessen verschwindet das sichtbare Kathodenstrahlenbündel, und es treten die disruptiven Entladungen auf.

Naturgemäss tritt diese Erscheinung in den engeren Röhren früher ein als in den weiteren.

Das Entladungspotential, bei welchem in den drei benutzten Röhren die disruptive schnell gedämpfte Form der Entladung auftrat, war in allen drei Röhren gleich. Ob diese eigenartige Thatsache auf Zufall beruht, oder ob sie gesetzmässig ist, ist noch zu untersuchen.

Eine entsprechende Potentialänderung bei Veränderungen

des Querschnittes eines Kathodenstrahlenbündels bei Einwirkung eines Magneten haben E. Wiedemann und H. Ebert nachgewiesen.<sup>1)</sup> Durch die Wirkung des Magneten auf die Kathodenstrahlen kann das Entladungspotential sowohl herabgesetzt, als auch erhöht werden. Bei schwachem Magnetfeld ist das Kathodenstrahlenbündel abgelenkt, aber noch nicht vollkommen zur Seite gedrängt, dagegen ist sein Querschnitt stark vergrößert. Dadurch ist wohl das kleinere Potential bedingt. Bei starkem Magnetfeld sind die Kathodenstrahlen und das Glimmlicht ganz an die Seite gedrückt und die positive Säule

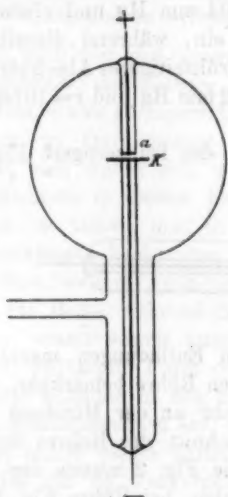


Fig. 15.

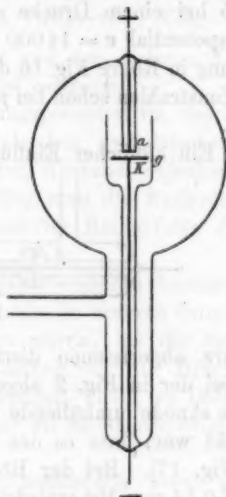


Fig. 16.

gelangt nicht zu den Stellen der Entladung, in denen sie ihren Ausgleich finden könnte.

**Bemerkung.** In allen den Fällen, wo die disruptive Entladung eintritt, zeigen sich an beiden Electroden der Röhre Kathodenerscheinungen, die disruptive Entladung regt das Rohr und die mit ihm verbundenen Theile zu Resonanzschwingungen an.

1) E. Wiedemann u. H. Ebert, Sitzungsber. der phys.-med. Soc. zu Erlangen, 14. Dec. 1891.



5. *Gleichzeitiger Einfluss der dunklen Räume an der metallischen Electrode und derjenigen an den Glaswänden.*

Weiter wurde noch der Einfluss des Zusammendrängens und schliesslichen Abschneidens der Kathodenstrahlen bei Röhren, bei denen die bis zur Spitze mit Glas umhüllte Anode in den dunklen Raum eingeführt wurde, untersucht.

a) Eine kugelförmige Röhre (Fig. 15 und 16) wurde einmal mit freistehender Kathode (Fig. 15), ein andermal mit einer von einer Glasröhre umgebenen Kathode (Fig. 16) untersucht. Die abgerissene disruptive Form der Entladung trat bei Röhre Fig. 15 bei einem Drucke  $p = 0,04$  mm Hg und einem Entladungspotential  $v = 14000$  Volt ein, während dieselbe Erscheinung in Röhre Fig. 16 durch frühzeitigeres Abschnüren der Kathodenstrahlen schon bei  $p = 0,12$  mm Hg und  $v = 10500$  Volt eintrat.

b) Ein ähnlicher Einfluss auf das frühzeitigere Eintreten

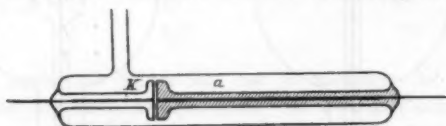


Fig. 17.

der kurz abgerissenen disruptiven Entladungen machte sich auch bei der in Fig. 2 abgebildeten Röhre bemerkbar, sobald das die Anode umhüllende Glasrohr an der Mündung derart verstärkt war, dass es den Querschnitt des Rohres fast ausfüllt (Fig. 17). Bei der Röhre wie Fig. 2 musste der Druck bis auf 0,14 mm Hg erniedrigt werden, bei Röhre Fig. 17 trat die typische Entladungsform schon bei einem Drucke  $p = 0,3$  mm Hg ein.

c) Der Einfluss der Rohrweite auf das Kathodenstrahlenbündel wurde noch untersucht in der Röhre mit beweglicher Kathode (Fig. 1). Als Anode diente die kleine seitwärts in einem kurzen Rohrstutzen eingeschmolzene Elektrode *a*. Während die Kathode in dem unteren cylindrischen Theile stand, wurde das Rohr ausgepumpt bis auf ca. 0,02 mm Hg Druck. Das Kathodenstrahlenbündel hatte dabei eine Stärke von ungefähr 5 mm. Bewegte man nun die Kathode nach oben, so wurde mit dem Augenblicke, wo die Kathode in die kugelförmige

Erweiterung eintrat, das Kathodenstrahlenbündel breiter und bedeckte, als die Kathode im Mittelpunkt der Kugel angelangt war, die ganze Platte. Schob man nun die Kathode noch höher in den oberen cylindrischen Theil hinein, so wurde das Kathodenstrahlenbündel sofort wieder bis auf 5 mm Dicke zusammengedrängt. Entsprechend dieser Veränderung des Kathodenstrahlenbündels veränderten sich auch die Entladungspotentiale und zwar betrugen dieselben:

1. Im unteren cylindrischen Theile 4700 Volt,
2. im mittleren kugelförmigen Theile 2100 Volt,
3. im oberen cylindrischen Theile 4500 Volt,

sodass auch *hier dem weiten Rohr und dem dickeren Kathodenstrahlenbündel das niedrige Potential entspricht.*

Das etwas geringere Entladungspotential im oberen, dem unteren im Durchmesser ganz gleichen cylindrischen Theile erklärt sich durch den geringeren Abstand zwischen Anode und Kathode in diesem Falle. Zog man die Kathode wieder zurück, so konnte man in umgekehrter Reihenfolge dieselben Erscheinungen beobachten.

Eine weitere Abänderung des Versuches bestand darin, dass das Rohr, während die Kathode im unteren cylindrischen Theile, stand soweit ausgepumpt wurde, bis die disruptive, schnell gedämpfte Form der Entladung eintrat. Brachte man nun die Kathode in den kugelförmigen Theil, so hörte sofort diese Entladungsform auf, während sie im oberen cylindrischen Theile sofort wieder auftrat.

Da die im Vorhergehenden behandelte Form der Entladung ganz den Charakter der Entladungen in Luft von normalem Drucke zwischen zwei Kugeln besitzt, so wäre vielleicht passend der Ausdruck „*Funkenentladung*“ dafür zu wählen.

### III. Zusammenhang zwischen den X-Strahlen und den Funkenentladungen in gasverdünnten Räumen.

Bei allen bisher beschriebenen Versuchen trat beim Eintritt der disruptiven, schnell gedämpften Entladungen eine ausserordentlich starke Fluorescenz der der Kathode benachbarten Glastheile ein und es drängt sich daher die Ver-

muthung auf, dass in all diesen Fällen trotz des hohen Druckes und des relativ niedrigen Potentials schon Röntgenstrahlen entstehen, im Gegensatze zur Ansicht von Hrn. Trowbridge<sup>1)</sup>, welcher als niedrigste Grenze des zur Erzeugung von X-Strahlen nothwendigen Potentials 100000 Volt angiebt.

Um diese Vermuthung zu prüfen, muss man bestimmen, ob bei der Evacuation einer Röntgenröhre das Auftreten von X-Strahlen zeitlich mit dem Eintritt der Funkenentladung, beurtheilt nach dem Ansprechen der Frittröhre, zusammenfällt. Die sichere Bestimmung dieser Momente ist mit Schwierigkeiten verknüpft, da die Röntgenstrahlen in den Medien, die sie durchsetzen, stark absorbt werden, und man nicht weiss, ob nicht schon vor dem Ansprechen des benutzten Wellenempfängers schwache Funkenentladungen vorhanden sind.

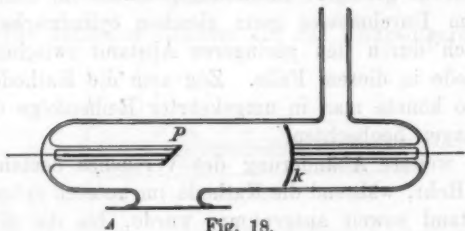


Fig. 18.

A. Benutzt wurde zu den Hauptversuchen eine sehr enge cylindrische Röhre (Fig. 18) mit einer Hohlkathode *K* und einer unter  $45^\circ$  zur Rohraxe geneigten kleinen Platinplatte *P* als Anode und Antikathode, die bis auf die der Kathode gegenüberstehende Fläche in Glas eingehüllt war. Der Abstand der Electroden war 5 cm. Auf einen seitlichen kurzen Rohrstützen war ein dünnes Aluminiumblech *A* gekittet, um die X-Strahlen möglichst vollkommen aus dem Rohr austreten zu lassen. Dicht vor diesem Aluminiumblech stand ein grosser Fluoreszenzschirm. Ferner befand sich dicht neben der Röhre die Branly'sche Frittröhre.

Bei einem Drucke  $p = 0,2$  mm und dem geringen Potentiale von 7000 Volt (!) war die erste Spur von Röntgenstrahlen zu sehen und begann die Frittröhre schwach anzusprechen.

1) J. Trowbridge, Beibl. 21. p. 777. 1897.

Wurde der Druck bis auf  $p = 0,12$  mm verringert, so waren sowohl die Röntgenstrahlen als auch die Wellen recht kräftig.

*Das Auftreten von X-Strahlen ist daher wohl von keinem anderen Factor in so starkem Maasse abhängig, als von dem Entstehen disruptiver, schnell gedämpfter Entladungen.*

Zahlreiche andere mehr qualitative Versuche, die nicht weiter beschrieben werden sollen, stützen diese Anschauung.

*Ich glaube aus Obigem schliessen zu können, dass die kräftigen schnell gedämpften Funkenentladungen derjenigen besonderen Entladungsform entsprechen, welcher Hr. W. C. von Röntgen<sup>1)</sup> und andere Forscher den Haupteinfluss auf die Entstehung von X-Strahlen zuschreiben.*

*Die Röntgenstrahlen entstehen in erster Linie bei einer plötzlichen Störung, etwa einem kurzen Anprall geladener Theilchen gegen feste Körper.*

B. Aus den Vorgehenden folgt, dass alle diejenigen Umstände die für das Auftreten disruptiver schnell gedämpfter Entladungen in evacuirten Räumen besonders günstig sind auch für die Erzeugung von X-Strahlen günstig sein müssen. Man kann die Funkenentladung entweder durch Anordnungen ausserhalb des Rohres oder durch die Construction desselben hervorrufen.

1. *Einfluss der Funkenstrecke.* Bei der von verschiedenen Forschern angewandten Methode, eine stärkere Emission von X-Strahlen bei schwach evacuirten Röhren durch eine vor die Anode geschaltete Funkenstrecke zu erzielen, werden eben disruptive, schnell gedämpfte Entladungen erzielt.

Einige diesbezügliche Versuche meinerseits ergaben folgendes:

Das *Vorschalten einer Funkenstrecke* wirkt bei einer guten Röntgenröhre *nachtheilig*. Das Rohr sendet, wie mittels einer Frittröhre nachgewiesen werden kann, schon an sich Wellen aus. Die vorgeschaltete Funkenstrecke erhöht daher nur den Widerstand und schwächt dadurch die Intensität des Stromes. Schaltet man hingegen vor eine Röntgenröhre mit zu hohem Drucke eine Funkenstrecke, so wird die *Fluorescenz erregende Wirkung* der Röhre geringer, die *Durchdringungskraft* der X-Strahlen wächst hingegen stark.

1) W. C. Röntgen, Wied. Ann. **64**. p. 31. 1898.

Wie eine Funkenstrecke muss auch eine soweit evacuirte Röhre, dass in ihr die Funkenentladung auftritt, wirken. In der That erhöhte eine jede der von mir im Obigen benutzten Röhren (z. B. Fig. 3) vor eine schlecht evacuirte Röntgenröhre geschaltet, bei Verminderung der Fluorescenzhelligkeit die Durchdringungskraft.

Ferner ist noch die Thatsache zu beachten, dass Röhren mit Teslaschwingungen angeregt schon bei Anwendung kleiner Inductorien relativ gute Resultate geben, selbst dann, wenn die Verdünnung noch nicht so weit getrieben ist, dass das Inductorium schon X-Strahlen erzeugen könnte.

2. *Einfluss der Construction der Röhren.* Jede Röhre sendet, vorausgesetzt, dass die Kathodenstrahlen in geeigneter Weise auf eine Platinfläche als Anode concentrirt werden, bei gewisser Evacuation kräftige X-Strahlen aus. Nach Vorstehendem kommen besonders folgende zwei Punkte bei der Construction von Röhren zur Erzeugung von X-Strahlen bei geringerem Evacuationsgrade in Betracht:

a) Der Abstand zwischen Kathode und Anode bez. Antikathode soll möglichst klein sein, damit der dunkle Kathodenraum die Anode (bez. Antikathode) möglichst bald umhüllt.

Die Herren R. Wood<sup>1)</sup>, sowie D. Turner<sup>2)</sup> haben in der That gefunden, dass bei sehr nahe aneinanderstehenden Electroden und Vorschaltung einer passend gewählten Funkenstrecke sehr starke X-Strahlen entstehen und zwar nur dann, wenn die Entladung in der „Form eines Flammenbogens“ übergeht. Der für diese Form der Entladung gebrauchte Ausdruck „Flammenbogen“ scheint mir nicht den Thatsachen zu entsprechen, da diese Form der Entladung, wie eine Wiederholung der Versuche ergab, der oben beschriebenen „Funkenentladung“ entspricht, also so weit wie möglich von der Art eines Flammenbogens verschieden ist.

b) Die Kathode soll möglichst klein sein und von einem möglichst engen Glasrohr umgeben sein, damit die von den Glaswänden ausgehenden secundären dunklen Räume ein mög-

1) R. Wood, Beibl. 21. 1897.

2) D. Turner, Beibl. 21. p. 786. 1897

lichtst frühzeitiges Abschneiden des Kathodenstrahlenbündels herbeiführen.

Dass diese eben angeführten Punkte bisher sich vielfach schon aus der Praxis bei der Construction von Röntgenröhren ergeben haben, zeigt die nachstehende Aufführung einiger weniger Constructionen von Röntgenröhren zur möglichst starken Erzeugung von X-Strahlen.

1. Die Röhre der Allgemeinen Electricitäts-Gesellschaft. Die Kathode ist sehr klein und befindet sich in einem engen Rohr. Es tritt daher frühzeitiges Abschnüren des Kathodenstrahlenbündels ein. 2. Die Röhren von Siemens & Halske und verschiedenen anderen Firmen sind nicht kugelförmig, sondern cylindrisch. Diese Form begünstigt ein frühes Abschneiden des Kathodenstrahlenbündels und somit ein frühzeitiges Auftreten von X-Strahlen. 3. Hr. Colardeau macht den Abstand zwischen Anode und Kathode möglichst klein und findet, dass in diesem Falle schon bei relativ hohen Drucken X-Strahlen auftreten. 4. Hr. A. C. Swinton empfiehlt den Abstand zwischen Anode und Kathode möglichst gering zu machen, die Kathode klein zu wählen und sie so in ein Glasrohr zu setzen, dass sie der Wand möglichst nahe ist, ohne sie indessen zu berühren. 5. Hr. A. Righi und andere finden, dass in kleinen cylindrischen sehr engen Röhren der Gasdruck bei der Erzeugung von X-Strahlen wesentlich höher sein kann als in sehr weiten Röhren.

#### Resultate.

1. Der dunkle Kathodenraum verhält sich wie ein vollkommenes Dielectricum. In demselben erzwungene Entladungen verlaufen genau wie eine Entladung in Paraffinöl oder anderen Dielectricis. Diese Eigenschaft des dunklen Raumes, sich wie ein Dielectricum zu verhalten, dürfte eng verknüpft sein mit der Thatsache, dass in ihm das Potentialgefälle so grosse Werthe annehmen kann.

2. Die an den der Kathode benachbarten Wänden des Entladungsrohres entstehenden secundären dunklen Räume setzen dem Eindringen der von der Anode kommenden Entladungen einen sehr grossen Widerstand entgegen, sodass

diese Entladung ihren Weg nur in den von den dunklen Kathodenräumen freien Raum nehmen können.

3. Röntgenstrahlen treten in Entladungsröhren ohne vorgeschaltete Funkenstrecke vor allem dann auf, wenn der Electricitätsübergang in ihnen als kurz abgerissener stark gedämpfter Funken stattfindet.

Zum Schlusse erfülle ich die angenehme Pflicht, meinem verehrten Lehrer Hrn. Professor Dr. E. Wiedemann für die vielseitige Unterstützung und Anregung während der Arbeit, sowie den Privatdocenten Herren Dr. Th. Simon und Dr. G. C. Schmidt für manchen werthvollen Rathschlag meinen verbindlichsten Dank auszusprechen.

(Eingegangen 17. März 1898.)

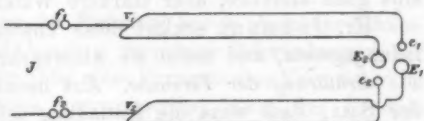


5. Ueber die Funkenentladung. Antwort an Hrn. G. Jaumann<sup>1)</sup>; von R. Swyngedauw.

Hr. Jaumann hat in dem Novemberheft dieser Annalen<sup>2)</sup> sich gegen meine Arbeit über die Entladungspotentiale bei statischer und dynamischer Ladung gewendet. Hierauf erlaube ich mir folgendes zu erwidern:

Ich habe nachgewiesen, dass, wenn zwei verschiedene Funkenstrecken das gleiche Potential bei statischer Ladung haben, sie auch das gleiche Potential bei dynamischer Ladung besitzen, falls die Electroden polirt und vor den in electrischer Hinsicht activen Schwingungen geschützt sind.<sup>3)</sup>

Hr. Jaumann hatte schon im Jahr 1888 einen ähnlichen Versuch angestellt<sup>4)</sup>, jetzt hat er denselben wieder aufgenommen unter Vermeidung der Wirkung des ultravioletten Lichtes. Er findet sein früheres Resultat, welches meinem



Gesetze a priori zu widerstreiten scheint, bestätigt.

So kurz wie möglich möchte ich an diesen Versuch erinnern.

*Verzweigungsexperiment von Hrn. Jaumann.* Man verzweigt die Entladung einer Influenzmaschine unter Vorschaltung der kleinen Fünkchen  $f_1$  und  $f_2$  in zwei Erreger  $e_1 E_1$  und  $e_2 E_2$ , welche untereinander identisch sind, deren Electroden aber verschiedene Krümmungsradien besitzen.  $e_1 E_2$  sind durch den Leiter  $e_1 v_1 E_1$ ,  $e_2 E_1$  durch den Leiter  $e_2 v_2 E_1$

1) In Bezug auf weitere Ausführungen vgl. *Éclairage électrique* 19. Février 1898.

2) Jaumann, Wied. Ann. 63. p. 393. 1897.

3) Swyngedauw, Thèse Paris p. 26. 1897; *Éclairage électrique* p. 433. 1897.

4) Jaumann, Sitzungsber. d. k. Gesellsch. d. Wissensch. zu Wien 97. p. 788. 1888.

miteinander verbunden. Sind die Leiter isolirt, so sind die Schlagweiten in beiden Entladungsstrecken gleich gross, die Funken folgen einander bei beiden Entladungsstrecken gleich schnell. Legt man nun die innere Belegung einer kleinen Leydener Flasche (von 30 cm Capacität), deren äussere Belegung abgeleitet ist, an irgend einen Punkt des verzweigten Zuleitungsdrahtes

$$f_1 v_1 (e_1 E_2),$$

so geht sogleich die Entladung ausschliesslich in der Entladungsstrecke  $e_2 E_2$  über.

Legt man die Leydener Flasche an irgend einen Punkt der Zuleitung

$$f_2 v_2 (e_2 E_1)$$

an, so geht die Entladung ebenso ausschliesslich in der Strecke  $e_1 E_1$  über.

Ein Anlegen der Hand statt der Leydener Flasche hat eine ganz ähnliche, aber stärkere Wirkung.

Hr. Jaumann erklärt diese Thatsachen durch sein Entladungsgesetz, und meint sie widersprechen meinem Gesetz.

*Erklärung der Versuche.* Aus meinem Gesetz folgt sofort der Satz, dass wenn die Entladung leichter in einer Strecke übergeht als in einer anderen, dies daher rührt, dass das statische Entladungspotential in dieser Strecke geringer ist als in der anderen. Der Versuch bestätigt diesen Satz. Aus meinem Gesetz geht ferner hervor, dass *das Entladungspotential eines dissymmetrischen Erregers bei statischer Ladung sich ändert, je nachdem man den Pol mit kleinerem oder grösserem Krümmungsradius zur Erde ableitet, während das Vorzeichen der Ladung das gleiche bleibt und zwar ist es kleiner, wenn man den Pol mit grösserem Krümmungsradius zur Erde ableitet, als wenn man umgekehrt verfährt.* Die Richtigkeit dieses Satzes, welchen ich für neu hielt, ist durch Hrn. Heydweiller<sup>1)</sup> bereits früher bewiesen worden. Er erklärt vollkommen die von Hrn. Jaumann gefundenen Thatsachen.

Berührt man nämlich mit der Hand die Zuleitung  $f_1 v_1 (e_1 E_2)$ , so ist die grosse Kugel des Erregers  $e_2 E_2$  mit der Erde ver-

1) Heydweiller, Wied. Ann. 48. p. 282. 1893.

bunden und die grosse von  $e_1 E_1$  ist isolirt. Sind die Funkenstrecken in beiden Strecken identisch, so ist jetzt das Entladungspotential von  $e_2 E_2$  kleiner als das von  $e_1 E_1$ , die Funken gehen daher in  $e_2 E_2$  über. Umgekehrt gehen die Funken bei Berührung von  $f_2 v_2 (e_2 E_1)$  in  $e_1 E_1$  über.

Legt man die innere Belegung einer Leydener Flasche an einen Punkt des Zuleitungsdrahtes  $f_1 v_1 (e_1 E_2)$ , so ist, falls die Electricitätsmaschine gleiche Mengen Electricität den beiden Polen zuführt, das Potential des Poles  $E_2$  viel näher dem Erdpotential als das des Poles  $E_1$  und das Entladungspotential von  $e_2 E_2$ , ist daher viel geringer als das von  $e_1 E_1$ . Die Entladung geht ausschliesslich in der ersten Strecke über. Alle anderen Einzelheiten des Versuches erklären sich in ähnlicher Weise.<sup>1)</sup>

*Der von Hrn. Jaumann angegebene Versuch bestätigt also den Satz, welchen er selbst bekämpft.*

Die Kritik des Paragraph II ist durch das Vorhergehende erledigt.

*Ueber die Auslösung der Entladung durch electrische Schwingungen.* Nach Hrn. Jaumann vermögen Schwankungen der electrischen Kraft in der Nähe eines Erregers eine Verminderung des Entladungspotentiales hervorzurufen, wenn das Product ihrer Amplitude  $A$  in C.G.S. und der Anzahl der Schwingungen  $N$  gleich oder grösser als  $10^{10}$  ist. Er hatte diesen Satz in einer früheren Abhandlung<sup>2)</sup> entwickelt und führt zu Gunsten derselben drei Beispiele an, für die er  $A$  und  $N$  mittheilt, jedoch ohne die Einzelheiten der Rechnung oder hinlängliche Daten mitzutheilen, um diese Anschauung zu controliren.

Die drei Beispiele, welche er anführt, sind 1. das ultraviolette Licht, für das  $A$  nach der Theorie von Maxwell berechnet wird, 2. ein Versuch von Wanka über den Einfluss von Hertz'schen Schwingungen und 3. ein Versuch von ihm selbst.

1. Es lassen sich gegen diesen Satz schwere Bedenken erheben. Zunächst warum wirkt, worauf schon Hr. Poincaré hingewiesen, allein das ultraviolette Licht auf das Funkenpotential, während das sichtbare unwirksam ist?

1) Swyngedauw, *Éclairage électrique* 19. Février 1898.

2) Jaumann, *Wied. Ann.* 55. p. 658. 1895.

2. In Bezug auf die Hertz'schen Schwingungen scheint es mir von vornherein wahrscheinlich, dass die Schwingungen, welche auf einen Erreger fallen, den letzteren entladen, in dem Augenblick, wo dieser auf ein sehr wenig geringeres Potential als das Entladungspotential bei statischer Ladung geladen ist. Ein Hertz'scher Erreger muss ja Potential-schwingungen an den Polen einer Funkenstrecke hervorrufen, selbst dann, wenn die letztere nicht in Resonanz mit dem ersteren steht.

3. Gegen den Versuch der Herren Jaumann und Wanka lässt sich der Einwurf erheben, dass nicht vorsichtig genug die Wirkung des ultravioletten Lichtes, welches in Form von Büscheln oder Funken während der Ladung aus den Drähten entweichen konnte, vermieden worden ist.

Nachdem Hr. Jaumann einige mehr oder weniger complicirte Versuche beschrieben, theilt er unter dem Titel: „Einfachere Form des Versuches“ einen Versuch<sup>1)</sup> mit, welcher eine Modification des Versuches von Hertz<sup>2)</sup> ist und welchen ich auf folgende Weise zu wiederholen versucht habe.

Die Belegungen einer grossen Leydener Flasche von  $\frac{1}{300}$  Mikrof. Capacität stehen mit den Polen eines symmetrischen Erregers durch gerade messingene Drähte von 3 mm Durchmesser und 50—60 cm Länge in Verbindung. Die Flasche und der Erreger stehen auf Paraffin. Die innere und äussere Belegung können mit dem äusseren oder inneren Cylinder des Electrometers von Bichat und Blondlot verbunden werden. Man ladet das System durch eine Holtz'sche Maschine vermittelst Zuleitungsdrähten, welche man nach der Ladung entfernt.

Der Electricitätsverlust geht so langsam vor sich, dass man genaue Messungen anstellen kann. Verkleinert man allmählich die Funkenstrecke und liest gleichzeitig den Electrometerrausschlag durch ein Fernrohr in dem Augenblicke, wo der Funke übergeht, ab, so erhält man eine Tabelle der Potentiale als Function der Schlagweite nach einer Methode, welche von Hrn. Jaumann verfochten worden ist.

1) Zu den Bemerkungen l. c. p. 401.

2) Hertz, Untersuchungen über die Ausbreitung der electrischen Kraft p. 288.

Die Messungen lassen sich leicht ausführen. Nachdem man die beiden Polkugeln voneinander entfernt hat, ladet man den Condensator auf ein etwas höheres Potential als das Entladungspotential. Man entfernt darauf die Verbindung mit der Maschine und in demselben Augenblick, wo die Potentialdifferenz zwischen den Polen gleich dem Entladungspotential bei gegebener Entfernung der Pole  $d$  ist, entfernt man die Verbindung der äusseren Belegung mit dem Erdboden und dem inneren Cylinder des Electrometers; man macht die Funkenstrecke =  $d$  ohne die innere Belegung mit der Hand zu berühren.

Geht die Hauptentladung nicht von statten, so vermindert man allmählich die Entfernung der Pole und berührt mit der Hand abwechselnd die innere und äussere Belegung, bis der Funke übergeht.

Ich habe diesen Versuch mehr als 100 mal wiederholt, aber *niemals* ging der Hauptfunke über in demselben Augenblick, wo man die isolirte Belegung mit der Hand berührte, stets ging er bei einer Verminderung der Funkenstrecke über; hätte aber in vielen Fällen die plötzliche Aenderung des Potentials, welche durch die plötzliche Aenderung der Potentiale hervorgerufen werden sollte, ungefähr ein Hundertstel betragen, so wären der nach der Hand gezogene Funke und der Hauptfunke gleichzeitig übergegangen.

Nach der Beschreibung des Hrn. Jaumann scheint der Versuch leicht und sicher auszuführen zu sein, da er keine Angaben über die näheren Bedingungen und Einzelheiten desselben mittheilt. Es ist daher zu bedauern, dass man keine genügenden Daten besitzt, um diesen, soweit sich übersehen lässt, entscheidenden Versuch zu wiederholen oder zu discutiren.

Wie dem auch sei, im Folgenden möchte ich einige Betrachtungen mittheilen, welche vielleicht die Resultate von Hrn. Jaumann erklären können.

1. Man muss den Erreger nicht nur geschützt vor dem secundären Funken, sondern auch vor jeder Büschelentladung und jedem Effluvium schützen, die durch Annähern des menschlichen Körpers an einen electrisirten Körper hervorgerufen werden können.

2. Ist der benutzte Erreger asymmetrisch, so kann beim Umkehren der Verbindung der Pole mit dem Erdboden das Entladungspotential so stark geändert werden, dass dies ausreicht, um den Erreger zu entladen.

3. Möglicherweise verändert, falls der Erreger nicht sehr entfernt von der Flasche ist, die Aenderung des Potentials der benachbarten äusseren Belegung das Feld des Erregers und vermindert das Potential.

*Die statische Ladung eines Erregers.* Nach Hrn. Jaumann ist die Ladung einer electrostatischen Maschine keine statische, d. h. eine Ladung, bei der man die Electricität als in jedem Augenblick im Gleichgewicht befindlich betrachten kann. Die Influenzmaschine ruft electricische Schwingungen von bedeutender Amplitude hervor, für welche das Product  $AN$  bedeutend grösser als  $10^{10}$  ist. Das Entladungspotential eines Erregers der durch eine Influenzmaschine geladen wird, ist gemäss seinen Anschauungen bedeutend geringer als das nach der statischen Methode gemessene Potential, welches er allein für das richtige hält.

Hr. Jaumann hat einige Beobachtungen mitgeteilt, welche die Richtigkeit dieser Thatsache zu beweisen scheinen.<sup>1)</sup> Ich habe mich hierüber vergewissern wollen und das Potential ein und desselben Erregers bei Verwendung der electrostatischen Maschine und nach den Methoden des Hrn. Jaumann gemessen.

*Erste Methode.* Man bringt die Pole eines Erregers mit den Belegungen eines geladenen Plattencondensators in Verbindung, dessen Belegungen man langsam voneinander entfernt.

*Zweite Methode.* Man lädt einen Erreger auf ein constantes Potential und vermindert allmählich die Entfernung der beiden Pole, bis der Funke übergeht.

*Dritte Methode.* Die Pole eines Erregers werden bez. mit dem Cylinder des Electrometers und mit den Belegungen einer grossen Flasche von  $\frac{1}{200}$  Mikrof. Capacität verbunden, man lädt *langsam*, sodass der bewegliche Cylinder so langsam steigt, dass man seine Lage in jedem Augenblick als sehr angenähert der Gleichgewichtslage für die Potentialdifferenz der Cylinder ansehen kann. Bei meinen Versuchen dauert

1) Jaumann, l. c. p. 669.

die Ladung ungefähr eine Minute. Die nach diesen drei Methoden gemessenen Potentialdifferenzen sind bis auf ein Hundertstel gleich für Potentiale oder im Mittel von 30 electrostatischen Einheiten, auf ein Zwanzigstel für schwächere Potentiale oder 12 Einheiten und zwar ohne ausgeprägte systematische Abweichungen.

Man muss daher aus diesen Versuchen den Schluss ziehen, dass entweder bei der electrostatischen Maschine die Ladung eine *statische* ist und zwar mit demselben Recht wie in den beiden anderen Fällen, oder falls man annimmt, dass die Maschine electriche Oscillationen von grosser Amplitude und Frequenz hervorruft, dass diese Oscillationen das Potential nicht vermindern.

Diese starken und zahlreichen häufigen Oscillationen sind noch niemals direct nachgewiesen worden; sie sind von Hrn. Jaumann zur Erklärung einiger experimenteller Thatsachen herangezogen worden, die ich aber in anderer Weise gleich geben werde. Der erste Schluss, zu dem ich gelange, ist: *Die Ladung durch eine electrostatische Maschine ist eine statische.*

Die Constanz und das Uebereinstimmen der gewonnenen Resultate nach den drei Methoden steht in Widerspruch mit der Inconstanz der von Hrn. Jaumann gemessenen Potentiale.

Jede dieser Methode liefert Hrn. Jaumann Potentiale, welche zwischen den einfachen und doppelten variiren; die nach der ersten Methode gemessenen Potentiale sind ungefähr doppelt so gross als die nach der dritten.<sup>1)</sup> Die zweite Methode scheint von Jaumann wenig benutzt worden zu sein, sie hätte wahrscheinlich besser übereinstimmende Resultate geliefert.

Meine Versuche stimmen so wenig mit denen des Hrn. Jaumann, dass ich dies zu erklären versuchen muss.

1. Ich glaube, dass ein Theil der von Hrn. Jaumann beobachteten Unregelmässigkeiten davon herrührt, dass er seinen Erreger in ein geschlossenes Gefäss setzt.<sup>2)</sup> Ich habe ähnliche Unregelmässigkeiten beobachtet und dieselben dadurch

1) Jaumann, l. c. p. 670.

2) Swyngedauw, Thèse Paris p. 11. 1897; Éclairage électrique l. c. p. 337.



zu eliminiren versucht, dass ich den Erreger in ein geschlossenes Gefäss von constantem Atmosphärendruck stellte. Wider Erwarten waren die Unregelmässigkeiten aber grösser als vorher. Ich habe daher stets den Erreger in freier Luft aufgestellt. Ich konnte auch nachweisen, dass die Ursache für die Störungen der dynamischen Potentiale stets von Vorgängen auf den Oberflächen der Pole herrührten.<sup>1)</sup>

2. Die Ladung meiner Erreger geht mit einer ganz anderen Geschwindigkeit vor sich, ich brauche ungefähr eine Minute, Hr. Jaumann nur fünf Secunden.<sup>1)</sup>

Es ist wahr, unsere Electrometer sind nicht identisch und die Dämpfung des Jaumann'schen Apparates ist etwas grösser als diejenige des Electrometers von Bichat und Blondlot, gleichwohl scheint mir die Zeit von fünf Secunden nicht genügend zu sein.

Denn wenn zu schnell geladen wird, so ist das Electrometer nicht in demselben Augenblick im mechanischen Gleichgewicht, in dem der Funke übergeht, wenn es auch in jedem Augenblick im electrischen Gleichgewicht der Ladung sich befindet. Der bewegliche Theil des Electrometers hat seine Gleichgewichtslage noch nicht erreicht; das im Augenblick, wo der Funke übergeht, abgelesene Potential ist kleiner als das wirkliche Potential, d. h. dasjenige Potential, welches man am Instrument ablesen würde, wenn es in Gleichgewicht wäre.

Man sieht daher, warum die nach der dritten Methode gemessenen Potentiale kleiner sind als die nach der zweiten Methode erhaltenen.

Die erste Methode dürfte aus analogen Gründen höhere Potentiale liefern.

Schliesslich kann man sich leicht von der von Hrn. Jaumann betonten und von allen Forschern beobachteten Thatsache Rechenschaft geben, dass die bei kleinen Entfernungen der Polkugeln gemessenen Potentiale nicht so gut untereinander übereinstimmen, wie die bei mittleren Entfernungen; denn bekanntlich liefert die Influenzmaschine unregelmässige Ströme mit Maximis und Minimis, je nach der Umdrehungsgeschwindigkeit der Scheiben, und zwar derart, dass

1) Jaumann, l. c. p. 676.

für ein schwaches Potential, wo die Verluste sehr klein oder gar nicht vorhanden sind, die Unregelmässigkeiten der Ladung die Stellung des beweglichen Theiles des Electrometers bedeutend beeinflussen. Bei höheren Potentialen erscheinen sie dagegen durch die Verluste sehr verkleinert um bei noch höheren Potentialen, wo die Verluste selbst unregelmässig sind, bedeutend zu wachsen.

3. Ein Funke geht im allgemeinen um so leichter über, je schneller Funken aufeinander folgen. Diese Thatsache ist besonders gut in einem geschlossenen Gefäss zu beobachten, worauf ich und andere Physiker hingewiesen haben.<sup>1)</sup> Gehen die Funken im Freien *regelmässig, alle Minute einer*, über, so stimmen die Messungen gut untereinander überein mit Ausnahme der ersten, welche ein höheres Potential liefert. Hr. Jaumann hat grosse Unregelmässigkeiten beobachtet, welche zum Theil darauf zurückzuführen sind, dass er seine Messungen in einem geschlossenen Gefäss angestellt hat und darauf, dass er verschiedene Zeiten zwischen zwei Funken verstreichen lässt.

4. Nach Hrn. Jaumann haben meine nach Methode I angestellten Messungen andere Resultate als seine eigenen geliefert, weil das Product  $AN$  nicht die Grösse  $10^{10}$  erreicht hat.

Hierzu möchte ich bemerken, dass es nicht nöthig ist, um gute Resultate zu erhalten, lange in Spiralen gewundene Drähte von mehreren Metern Länge zu benutzen, wie Hr. Jaumann meint; ich habe solche Drähte nur aus Bequemlichkeitsgründen verwendet. Die Versuche gelingen ebensogut mit kurzen und geraden Drähten.

5. Gegenüber meinen Untersuchungen<sup>2)</sup> über die Wirkung des ultravioletten Lichtes erinnert Hr. Jaumann, dass sowohl Hertz als auch er selber gefunden haben, dass die Entladung des Ruhmkorff empfindlicher ist gegenüber der Wirkung des ultravioletten Lichtes als die der Influenzmaschine. Dies möchte ich nicht bestreiten; ich möchte nur hierzu bemerken, dass ich diese Thatsache einer allgemeinen Regel untergeordnet habe und dass ich als Grund dafür die schnellen Aenderungen des Potentials zwischen den Polen angegeben habe. Ich habe

1) Swyngedauw, Thèse Paris p. 13. 1897.

2) Swyngedauw, l. c. p. 28; Éclairage électrique p. 43. 29. Mai 1897.

dieses Gesetz folgendermaassen ausgesprochen.<sup>1)</sup> Die Erniedrigung des Entladungspotentiales durch das ultraviolette Licht ist eine Function der Aenderungsgeschwindigkeit des Potentiales zwischen den Polen. Ich werde demnächst meine Versuche hierüber veröffentlichen.

Hr. Jaumann kann mir nicht die Vaterschaft dieses Satzes bestreiten, weil er ihn für sonderbar hält.

6. Hr. Jaumann erklärt die von mir gefundenen That-sachen über den Einfluss des ultravioletten Lichtes durch die Verminderung der Verzögerung der Entladung unter dem Einfluss des Lichtes oder der electricischen Schwingungen. Ich kann diese Ansicht nicht theilen. Die Verzögerung der Entladung scheint mir für den Fall noch nicht genügend bewiesen zu sein, wenn die Oberflächen der Pole gut polirt sind. Ich habe einige diesbezügliche Versuche angestellt und habe die beschriebenen Erscheinungen nicht wieder erhalten können. Eine eventuelle Discussion hierüber möchte ich indess für später aufsparen.

Im ganzen genommen möchte ich alle meine früheren Schlüsse aufrecht erhalten. Die von Hrn. Jaumann zur Bestätigung seines Gesetzes angeführten Beweise beruhen auf Thatsachen, deren Erklärung mir nicht stichhaltig zu sein scheint, oder die unter Bedingungen ausgeführt sind, welche, wie ich glaube, nicht die Schlüsse zu ziehen gestatten, welche er daraus gezogen hat.

Lille, 26. Februar 1898.

---

1) Swyngedauw, Compt. rend. 11. Mai 1896.

(Eingegangen 1. März 1898.)

## 6. Ueber die Wirkung von Flammengasen auf leuchtende electrische Entladungen; von K. Wesendonck.

Die Bemerkung, dass hohe Schornsteine der Blitzgefahr verhältnissmässig wenig ausgesetzt sind <sup>1)</sup>, hat Veranlassung gegeben zu einigen Versuchen über die Wirkung von Verbrennungsgasen auf Spitzenentladungen, welche zumeist im Winter 1896—97 angestellt wurden. Das electrische Verhalten

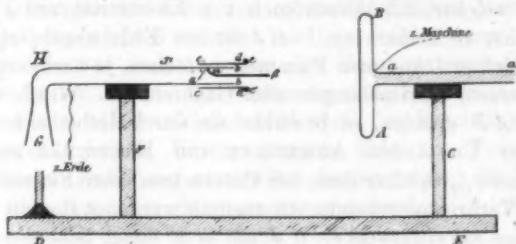


Fig. 1.

der Flammen und deren Producte ist zwar vielfach untersucht worden, aber obengenanntes Thema hatte damals meines Wissens nur wenig Bearbeitung gefunden.

Eine aus Messingblech gefertigte, innen hohle, 13 mm dicke, mit abgerundetem Rande versehene Metallscheibe von 15 cm Durchmesser (*A B*, Fig. 1) wurde mittels Ebonitgriffes *a* auf der Holzsäule *C* befestigt, die ihrerseits verschiebbar zwischen zwei Holzleisten (eine davon ist bei *D E* angedeutet) angebracht war. Ein angelötheter, mit Isolirmasse überzogener Kupferdraht diente zur Verbindung mit einem der Pole einer Voss'schen Influenzmaschine und einer Leydener Batterie <sup>2)</sup>

<sup>1)</sup> Naturwiss. Rundschau 11. p. 134. 1896.

<sup>2)</sup> Passend aufgestellte, Quecksilber enthaltende U-Röhren und Nöpfe dienten zur leichten Herstellung der verschiedenen Verbindungen und Vertauschung derselben, sodass die Scheibe bald positiv, bald negativ geladen werden konnte, ebenso die Batterie ein- und ausgeschaltet.

von vier bez. acht Flaschen<sup>1)</sup>, die andere Electrode wie die äussere Belegung wurden abgeleitet. Der Scheibe  $AB$  gegenüber, auf einer zweiten Holzsäule  $F$  angebracht, befand sich ein Kupferrohr  $HJ$ , 14 mm innen weit und je nachdem bis zum Knie 55 cm bis 92 cm lang, am entgegengesetzten Ende  $H$  umgebogen und mit einem Trichter  $G$  versehen.  $GJ$  bestand nämlich nicht aus einem Stück, sondern aus mehreren, die durch Ueberschieben mit Reibung ein Ganzes von verschiedener Länge zu bilden gestatteten. Ein 5 mm dicker Kupferdraht  $\alpha\beta$ , vorn am Ende  $\beta$  abgerundet, ist in das Röhrenstück  $ab$  bei  $\gamma$  angelöthet, sodass die Strecke  $\alpha\beta$  nahe central verläuft. Ueber  $ab$  lässt sich mit Reibung der Theil  $cd$  verschieben, der vorne bei  $e$  einen 5 mm dicken Wulst trägt, welcher das Ausströmen von Electricität aus  $e$  direct möglichst verhindern soll.  $HJ$  ist zur Erde abgeleitet, unter den Trichter  $G$  kommen Flammen zu stehen, je nachdem solche von Kerzen, Spirituslampen oder Gasbrennern. Wurde nun die Platte  $AB$  geladen, so bewirkte sie durch Influenz unter geeigneten Umständen Ausströmen von Electricität aus dem Drahtende  $\beta$ , welches dann bei Untersetzen einer Flamme unter  $G$  von Verbrennungsproducten umspült wurde.  $AB$  stellt gleichsam eine Gewitterwolke,  $GJ$  mit  $\alpha\beta$  einen Schornstein mit Ableiter dar.<sup>2)</sup> Um etwaige Potentialänderungen wahrnehmen zu können, verband man das geladene System mit dem bereits mehrfach verwendeten modificirten Henley'schen Quadrant-electrometer.<sup>3)</sup> Die Influenzmaschine erhielt eine gleichmässige Drehung, bis dass eine constante Lichterscheinung an dem Ende  $\beta$  bez. Spannung eingetreten, dann wurde eine Flamme unter  $G$  gestellt und nun der Erfolg beobachtet. War zunächst die Platte  $AB$  negativ geladen und die Entfernung von  $\beta$  geeignet gewählt (18–22 mm), ebenso die Strecke, um welche das Ende von  $\alpha\beta$  den Wulst überragt (10–12 mm), so zeigte sich zumeist immer wieder schönes, ruhiges, positives Glimmen an  $\beta$ , und dementsprechend gelangte der Electrometerzeiger relativ leicht zu einer constanten Einstellung. Setzt man jetzt

1) Vergl. Wied. Ann. 60. p. 215. 1897; 65. p. 1. 1898.

2) Natürlich ist das nur als ein wenig zutreffender Vergleich anzusehen.

3) Wesendonck, Wied. Ann. 30. p. 15. 1887.

eine Flamme unter  $G$ , so hört das reine Glimmen <sup>1)</sup> auf und wird durch Büschel oder Funken ersetzt. Es ist merkwürdig, wie empfindlich das Glimmen gegenüber der Anwesenheit auch nur kleiner Mengen von Verbrennungsproducten ist. Hat man nur kurze Zeit mit einer Flamme beobachtet, so erhält man häufig schon kein reines Glimmen mehr, an dem Stabende  $\beta$  sind dauernd Büschel vorhanden, die auch leicht unter relativ kleiner Spannung in Funken übergehen. Abwischen, selbst Abschmirlgeln von  $\beta$  und der Platte  $AB$  hilft dagegen keineswegs, es ist also nicht ein Ueberzug der betreffenden Theile das Hinderniss. Jedoch tritt das reine Glimmen wieder hervor, wenn die Luft des Arbeitsraumes durch frische ersetzt wird. Lässt man aber nur einige Minuten z. B. drei Gasflammen brennen, so ist das reine Glimmen verdorben und es wurden Funken statt dessen zwischen  $\beta$  und  $AB$  erhalten und das sogar, wenn man die Gasflammen vor dem Andrehen der Maschine verlöschte. Erneutes Lüften lieferte aber wieder die erste Lichterscheinung. <sup>2)</sup> Diese Beobachtung erscheint wohl werth der Beachtung seitens derjenigen, welche Untersuchungen über die Formen der leuchtenden Entladung anzustellen beabsichtigen, die Wirkung der von Lampen, Gasflammen etc. ausgehenden Verbrennungsproducte darf dabei nicht ganz übersehen werden.

Was nun den Einfluss der Flammengase auf die electricische Ausströmung am Stabende  $\beta$  anlangt, so sind wesentlich folgende drei Fälle zu unterscheiden. Wenn *erstens* durch relativ schnelles Drehen der Influenzmaschine ein gleichmässiges Glimmen unter verhältnissmässig hoher Spannung eingetreten, so entsteht bei Einwirkung der Flamme sehr bald der Funken <sup>3)</sup> ohne merkliche Aenderung der Einstellung des Electrometerzeigers. Im *zweiten* Falle, bei geringerer Leistung der Maschine und entsprechend niedererem Potential, rufen die Verbrennungsproducte

1) Bei ganz niederen Spannungen treten Büschel auf auch bei reiner Luft, mit wachsendem Potential werden sie dann aber durch Glimmen ersetzt.

2) Zündet man Flammen an, während die electricische Ausströmung vor sich geht, so erhält sich das Glimmen wenigstens eine Zeit lang in einer Atmosphäre, die, wenn beim Andrehen der Maschine bereits vorhanden, das Glimmen nicht mehr aufkommen lässt.

3) Diesem geht bisweilen ein Büschel unmittelbar voran, man nimmt aber manchmal auch keinen solchen wahr.

zunächst starke Büschel hervor, denen ein deutliches Sinken des Zeigers entspricht, auf das aber ein erneutes Ansteigen erfolgt, welches zum Funken führt. Diese eben erwähnte Spannungsvermehrung tritt bald mehr, bald weniger hervor, bisweilen zeigt sich nur eine Andeutung davon, eine ruhige Einstellung hierbei ist wie begreiflich kaum zu erhalten. Ist die Spannung relativ hoch, so kann das Sinken des Zeigers sehr gering werden, weil nämlich der entstandene Büschel sofort in einen Funken übergeht, man nähert sich so dem zuerst besprochenen Falle. Wird endlich die Maschine nur langsam im Vergleich zu dem, wie es bisher der Fall gewesen, gedreht, sodass an dem Ende  $\beta$  Leuchten unter möglichst niedriger Spannung eintritt, so hat Untersetzen der Flamme Ansteigen des Electrometerzeigers zur Folge, bis dass Funken auftreten, auch ereignet sich bisweilen zuerst etwas Sinken, dann erst Aufwärtsbewegung. Diese geht häufig bis zu der Stelle, wo Flammengase ohne Spannungsänderung (wie oben beim ersten Falle) Funken hervorrufen, aber nicht immer. Es scheint das mit der Ausbildung der Büschel zusammenzuhängen, welche ja die Funkenbildung sehr begünstigen können. So ereignet es sich denn wohl zu Zeiten, dass auch bei recht langsamem Drehen der Maschine die Flammengase Funken hervorrufen fast ohne Bewegung des Zeigers. Stehen ausströmende Spitze und geladene Platte so weit voneinander ab, dass Funken ausgeschlossen, so erzeugt die Flamme grosse Büschel bei geeigneten Umständen. Eine passend angebrachte Stecknadel z. B., deren der geladenen Platte zugekehrter Knopf sehr leicht ruhiges Glimmen zeigte, ergab bei Unterstellen der Flamme unter den Trichter *G* eine mächtige Streifenentladung,<sup>1)</sup> wobei die Spannung merklich abnahm.

Bei langsamem Drehen, wenn Büschel an der Ausströmungsstelle eben sich zeigen oder gerade in Glimmen übergegangen sind, verhindern die Flammengase die Entladung. Alles Leuchten hört alsdann auf, die Spannung steigt, bis aufs Neue Büschel hervorbrechen. Hält man die Maschine nun an, sodass bei sinkendem Potential diese wieder vergehen, und entfernt jetzt

1) Nach Hrn. Lehmann's Bezeichnung, vgl. Lehmann, Electr. Entlad. p. 14. Verlag von Knapp, Halle 1898.



die Flamme, so brechen sofort oder bald darauf wieder Büschel hervor, die sogar zu Funken führen können. Am Nadelknopf wurde so auch Glimmen wieder erhalten.

Diese Erscheinungen<sup>1)</sup> erklären das Verhalten im obigen dritten Fall direct, wenn man bedenkt, dass die Funkenbildung von der Ausbildung der Büschel wesentlich abhängt. Im zweiten Falle tritt ein starker Büschel auf, der entweder direct Explosion liefert, oder wenn das nicht der Fall, die Spannung soweit erniedrigt, dass nunmehr ein Funken abgeschlossen und erst wieder Ansteigen des Potentials erfolgen muss. Im ersten Falle ist die Einstellung des Electrometers eine so hohe unter Glimmen, dass die Veränderung dieser Entladungsform direct zur Explosion führt. Es ist natürlich schwer, alle Einzelheiten solcher Versuche genau anzugeben, da wie bekannt sogenannte zufällige Umstände besonders bei den Büscheln sehr in Betracht kommen, auch die Atmosphäre, welche die Electroden umgiebt (wie diese selbst), nicht sofort frei wird von der Verunreinigung durch Verbrennungsproducte, wenn man die Flamme wieder entfernt. Diese muss ja auch erst eine Zeit lang unter dem Trichter stehen, um zu voller Wirksamkeit zu gelangen, wenn auch der Beginn derselben sehr bald eintritt.

Positive Büschel, an dem zugespitzten Ende eines Drahtes erhalten, nachdem die Batterie ausgeschaltet und die Flaschen von der Maschine entfernt, verändern ihr Aussehen ohne charakteristische Variation des Potentials unter Einfluss der Verbrennungsproducte. Etwas schwankend bleibt die Electrometer-einstellung allerdings leicht bei solcher Versuchsanordnung. Das ganze Lichtgebilde wird breiter und länger, der Stiel dicker, seine Farbe blauer, die einzelnen Aeste der Krone verdicken sich ebenfalls, schwache Funken züngeln oft in

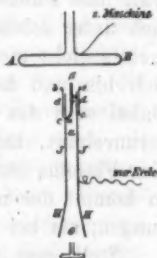


Fig. 2.

1) Lässt man seitlich gegen das ausströmende Ende gekühlte Flammengase strömen, so bekommt man dieselben Erscheinungen, ebenso mit einem kurzen (14 cm) *HJ*-Rohre, auch wenn man es senkrecht stellt und die Platte horizontal darüber anbringt (Fig. 2).

den Büschel hinein, ohne Anode und Kathode zu verbinden, sondern innerhalb desselben endigend.

Bei positiver Ladung der Platte  $AB$ , also Bildung eines negativen Büschels am Stabende  $\beta$ , ergiebt die Flamme nur verhältnissmässig kurze Funken. Bei der Entfernung Spitze — Platte von 9 mm wurden solche mit Leichtigkeit erhalten und zwar ob langsam oder schnell gedreht wurde ohne Potentialänderung oder doch nur ganz geringer Erhöhung. War der Abstand etwas mehr als 9 mm, so kamen Funken nur schwer, die Flamme muss oft längere Zeit stehen, bevor die Explosion erfolgte, davor ist dann die Spannung meist erheblich gewachsen. Andauernde Einwirkung der Verbrennungsproducte erhöhte<sup>1)</sup> auch das Potential, wenn die Platte soweit entfernt von der Spitze war, dass Funken nicht mehr erzielt wurden. Anfangs änderte sich unter solchen Umständen oft die Einstellung des Electrometers nicht merklich, obwohl der negative Lichtpinsel unstät sich hin und her bewegend und mehrfach gestielt erschien. Dabei wird das Stabende wie die umgebende Atmosphäre stark verunreinigt, ladet man die Platte  $AB$  unmittelbar nachdem eine Flamme längere Zeit gewirkt und wieder entfernt worden, so kommt der negative Büschel erst bei etwas höheren Spannungen, als bei reinem Zustande.

Stellt man eine Flamme unter den Trichter  $G$ , bevor die Maschine angedreht, findet also die allmähliche Ladung der Platte  $AB$  statt, während die Verbrennungsproducte das Ende  $\beta$  umspülen, so erhält man diejenigen Erscheinungen, welche sich nach dem Früheren unter andauernder Einwirkung der Flammengase ergeben müssen. Das Leuchten tritt überhaupt bei

1) In horizontaler Lage giebt Röhre  $HJ$ , auch wenn ganz kurz, noch dies Ansteigen der Spannung bei Gegenwart von Verbrennungsproducten, wenn man aber die Flamme unter  $G$  bei senkrechter Stellung wie in Fig. 2 anbringt, so macht sie die Spannung merklich sinken. Trotzdem kommt es leicht zu Funken. Bei dieser Versuchsanordnung kann aber der Fall eintreten, dass die Verbrennungsproducte den Modus der Entladung dauernd verändern. An Stelle des grösseren zischenden Lichtpinsels tritt ein kleiner stiller, der *cet. par.* viel mehr Electricität überführt. Das sich selbst überlassene System entladet er bedeutend weiter als der grössere zischende Büschel, er bleibt bestehen, auch wenn die Flamme längst entfernt ist. Verfasser hofft später näher über diese Erscheinung berichten zu können.

relativ hohen Spannungen erst auf, kein Glimmen, nur Büschel zeigen sich, Funken erscheinen verhältnissmässig leicht etc.

Es erschien natürlich von Interesse zu erfahren, ob die beschriebenen Einwirkungen auf die leuchtende Entladung lediglich davon herrühren, dass die Flammengase das Stabende  $\beta$  mit einer anders zusammengesetzten Atmosphäre umgeben, oder ob ganz bestimmte den *Verbrennungsproducten eigenthümliche Eigenschaften hier in Frage kommen*. Bekanntlich besitzen diese das Vermögen, electricisirten Körpern schnell eine Ladung (und zwar beiderlei Vorzeichens) zu entziehen, während Gase und Dämpfe dies jedenfalls nur in sehr geringem Maasse können. Nun verlieren aber die Flammengase, wenn aufgesammelt<sup>1)</sup> und aufbewahrt, recht bald die eben erwähnte Fähigkeit. Aber aus einer Kupferbüchse, in welcher sie die Nacht über verweilt, mittelst eines Gummigebläses<sup>2)</sup> an dem glimmenden Stabende vorbeigetrieben, riefen sie mit Leichtigkeit Funken hervor,<sup>3)</sup> auch dann sogar, wenn nur Spuren der Verbrennungsproducte noch vorhanden waren. Durchtreiben von reiner Luft durch die Röhre *HJ* Fig. 1 wenn auch mit ziemlicher Heftigkeit lässt das Glimmen weiter bestehen, während mit Dampf erfüllte Luft, wie sie beim Durchpusten durch kochendes Wasser erhalten wird, wiederum sofort Funken hervorruft, schon ein Druck auf den Ball des Gebläses genügt dazu, ganz wie bei den aufbewahrten Flammengasen. Setzt man den Brenner wie früher unter den Trichter *G* Fig. 1 und lässt das Gas ausströmen, ohne es zu entzünden, so erhält man Effecte, die denen der Verbrennungsproducte vielfach analog sind. Positives Glimmen geht in Funken oder Büschel über, jene können ohne Spannungsänderung eintreten, oder es entstehen erst grosse Büschel, welche ein Sinken des Zeigers am Electrometer bedingen, und sich dann eventuell erst in Funken verwandeln. Nur das Ansteigen des Potentials fand sich

1) Vgl. z. B. Naccari, Atti d. reale Accad. di Torino 31. p. 67, 1895.

2) Die Büchse hatte im Deckel wie Boden eine Röhre aufgelöthet, welche durch einen Hahn verschlossen werden konnte. Hatte sie sich mit Flammengasen gefüllt, so liess man sie mit verschlossenen Hähnen beliebig lange stehen. Dann setzte man an die eine Röhre ein Gummigebläse, die andere verband man mit dem vordersten Stück von *HJ* Fig. 1.

3) Vgl. das früher p. 555 Bemerkte über den Einfluss von Flammen im Arbeitsraum.

nicht, auch nicht bei ganz langsamem Drehen der Maschine. Genauere Beobachtung zeigte, dass das oben erwähnte Verlöschen des Leuchtens hierbei nicht eintritt, wie bei Flammengasen. Büschel, die in Luft unter geeignet kleinen Potential eben noch auftreten können, werden bei Zuleitung von Gas oder Wasserdampf<sup>1)</sup> eher grösser, und zwar ohne merkliche Aenderung der Spannung. Dagegen zeigt Kohlensäure<sup>2)</sup> sehr schön das Auslöschen des positiven Leuchtens und dem entsprechend Potentialerhöhung (wenn man gleichmässig dreht) bis zu dem Auftreten neuer grosser Büschel. Ferner ergibt sich bei abnehmender Ladung dasselbe Verhalten wie in den Flammengasen. Ebenso ist die Funkenbildung am glimmenden Stabende  $\beta$  sehr gut mit  $CO_2$  zu erlangen bei geeignetem Abstände der Spitze von der Platte. Blasen mit gewöhnlicher Luft durch Röhre  $HJ$  macht die Büschel an der Ausströmungsstelle verschwinden bez. reducirt sie, dafür tritt aber Glimmen ein und nicht Dunkelheit und kein merkliches Steigen der Spannung. Negative Lichtpinsel werden in Funken verwandelt ohne Aenderung der Spannung, wenn man Leuchtgas (ohne Entzündung) ausströmen lässt. Kommt es nicht zur Explosion, so sinkt unter solchen Umständen die Spannung etwas, ebenso in Kohlensäure.<sup>3)</sup> Dagegen giebt Wasserdampf ganz entschieden das Ansteigen des Potentials. Die negativen Lichterscheinungen zeigen in diesen Atmosphären Veränderungen des Aussehens, welche ganz denen entsprechen, die als Folge der Flammenwirkung auftreten. Man kann daher wohl behaupten, dass die beobachteten Erscheinungen nicht als Folge eines ganz besonders gearteten Zustandes der Verbrennungsproducte aufzufassen sind, sondern dass sie wohl zu erklären sind durch die veränderte Zusammensetzung des Mediums, in dem die Entladungen stattfinden. *Die Materien, welche das Gemenge genannt Flammengase bilden, sind von entscheidender Bedeutung, nicht aber die electrische Entladefähigkeit derselben, daneben spielen jedenfalls Temperatur und Strömungsgeschwindigkeit eine gewisse Rolle.*

1) Dieser verwandelt auch das Glimmen stets in Büschel oder Funken, so weit meine Beobachtungen reichen.

2) Aus einem Kipp'schen Apparat mit verdünnter Salzsäure und Marmor entwickelt und in Wasser gewaschen.

3) Dies entspräche dem Verhalten der Flammen bei senkrechter Zuleitung.

Hr. Garbasso<sup>1)</sup> hat interessante Versuche über die Beeinflussung des electricen Funkens durch Flammen veröffentlicht, welche unternommen wurden, um ein Analogon zu finden zu gewissen Beobachtungen, die von den Herren Sella und Majorana<sup>2)</sup> über die Wirkungen von Röntgen- und ultravioletten Strahlen auf Entladungen angestellt worden waren. Es ergaben sich bei den Verbrennungsproducten ganz dieselben Erscheinungen wie bei jenen, nämlich, dass bei grossen Polkugeln und kleiner Schlagweite die Funken an der Kathode unter den genannten Einflüssen befördert werden, während bei kleinen Polen und grosser Schlagweite dieselben Agentien an der Anode die Funken hindern. Den in diesen Fällen auftretenden Dissociationen der Gasmoleculé d. h. der Ionenbildung werden nun die oben genannten Wirkungen zugeschrieben. Hr. Garbasso zeigt speciell, dass diese sich nicht erklären lassen durch ultraviolette Strahlen, die von der Flamme ausgehen, oder durch Erhitzung der Atmosphäre, ebensowenig durch Wasserdampf, der in den Producten der Verbrennung enthalten ist.

Es ist leicht, die Beobachtungen des Hrn. Garbasso wenigstens im wesentlichen zu bestätigen, und zwar bei Verwendung der Influenzmaschine statt eines Inductoriums. Besonders einfach ist der Versuch mit grösserer Schlagweite. Zwei 5,5 mm dicke Drähte mit abgerundeten Enden wurden in Paraffin isolirt, der eine davon verschiebbar, aufgestellt und je einer mit einem Pole der Influenzmaschine verbunden. Die Länge der Funken wird so gewählt, dass sie bei gleichmässigem Drehen der Maschine noch eben übergehen. Dann treten bei Untersetzen einer kleinen Flamme unter die Anode nur noch schwache Funken und Büschel bez. nur noch die letzteren auf, die übrigens mehrfache Stiele aufweisen. An der Kathode zeigt sich dagegen deutlich eine gewisse Beförderung eigentlicher Funken. Ist der Spitzenabstand für letztere für gewöhnlich eben zu gross, so ruft die Flamme am negativen Pol solche wieder hervor, kommen Funken nur vereinzelt, so tritt

1) Garbasso, Nuovo Cim. (4.) 4. p. 24 ff. 1896. Naturw. Rundsch. 11. p. 563. 1896.

2) Sella und Majorana, Rendiconti della R. Acad. dei Lincei (5.) 5. p. 323. 1896, Naturw. Rundsch. 11. p. 265. 1896.

unter diesen Umständen ein Funkenstrom ein, während Verbrennungsproducte an der Anode vorhandene Funken (auch bei lebhaftem Spiel) merklich hindern. Jedoch kann die Flamme am positiven Pol neben Büscheln schwache Funken bewirken, wenn die Einstellung derart, dass eigentliche solche in Luft nicht auftreten. Es scheint zweckmässig zu sein, keine zu grosse Flamme, und den Abstand derselben von den Spitzen nicht zu klein (über 20 cm) zu wählen.

Man erhält aber ganz ähnliche Effecte, wenn man Luft einfach aus einer passend angebrachten Glasröhre in gleichmässigem (gar nicht starkem) Strome gegen die Pole treibt. Die Funken werden ausgelöscht oder seltener, dafür erscheinen schöne grosse Büschel an der Anode, schwache Funken und solchen ähnliche stielartige Gebilde züngeln in dieselben hinein oder durchsetzen sie. Im einzelnen ist die Erscheinung natürlich etwas verschieden je nach der Stärke des Luftstromes und der Einstellung der Spitzen. Je näher diese sich der grösstmöglichen Schlagweite ergibt, um so leichter ist das Verlöschen der Funken zu erhalten. An der Kathode zeigt sich eine geringe Beförderung dieser, die etwas schwieriger nachzuweisen als das Ausblasen, aber doch deutlich hervortritt. Wir haben also ein fast vollständig den Phänomenen, welche Flammengase hervorrufen, entsprechendes Verhalten. Zu beachten ist immerhin, dass die Verbrennungsproducte das Medium, in dem die Entladung vor sich geht, ebenso wie die Electrodenoberfläche verändern.<sup>1)</sup> Hieraus mag sich das Auftreten mehrfacher Stiele erklären, doch ist schon früher<sup>2)</sup> gefunden worden, dass auch Blasen solche erzeugen kann. Jedenfalls hat man nicht nöthig, die Bildung von Ionen als ausschlaggebend anzusehen.<sup>3)</sup> Dasselbe gilt nun auch von Hrn. Garbasso's zweitem Versuch, bei dem die Funken eines Inductoriums zwischen zwei Polkugeln von 3 cm Durchmesser

1) Glimmen kann durch Blasen an Stelle der Funken erhalten werden. Dies ist nach dem Früheren bei Flammengasen natürlich nicht zu erlangen.

2) Wesendonck, Wied. Ann. 40. p. 485. 1890.

3) Wasserdampf gegen die Anode getrieben giebt entschiedene Beförderung der Funken, bis das die Electrode zu nass geworden, dann werden diese gehindert. An der Kathode findet sich schwache Begünstigung, die aber bald aufhört mit eintretendem Befeuchten.



und höchstens 1 cm Abstand übergangen. Eine Glasscheibe wurde nun zwischen die Electroden so gehalten, dass die Entladungen eben nicht mehr über deren Rand hinweggehen konnten. Wurde nun eine Flamme auf die Seite der Kathode gestellt, sodass nur an dieser, nicht aber am positivem Pol, weil durch die Glasscheibe geschützt, die Verbrennungsproducte vorbeistrichen, so trat sofort das Funkenspiel wieder auf. Die Anode im Gegentheil erwies sich als verhältnissmässig unempfindlich. Auch diese Versuche sind im wesentlichen leicht zu bestätigen, aber auch hier erhält man ganz analoge Effecte mit einem schwachen Luftstrome, nur ist der Versuch etwas subtiler als der früher erwähnte. Zwei Messingkugeln *KK* (Fig. 3) von 31 mm Durchmesser werden mit den sie tragenden Metallröhren *rr* in zwei Paraffinklötze *Q* eingekittet, die ihrerseits auf zwei verschiebbaren Trägern *n, o* ruhten. Eine feinere Bewegung gestatteten Schrauben, ebenso dienten solche zur Verstellung der Unterlagen der Paraffinklötze und damit der Electroden in senkrechter Richtung.<sup>1)</sup> Die Glasscheibe war mit dem unteren Theile in einen Rahmen *R* gefasst, der sich ebenfalls vertical auf- und abschrauben liess. Parallelgeschaltet zu den eben genannten Polkugeln befand sich ein Funkenmikrometer mit Kugeln von 20 mm Durchmesser, als Electricitätsquelle diente die Influenzmaschine. Er wurde nun so eingestellt, dass nur wenige oder keine Funken über den Rand der Glasscheibe gingen. Quecksilbercontacte gestatteten leicht jeden der Pole zur Anode oder Kathode zu machen, wodurch man den Einfluss geringer Unsymmetrie in der Aufstellung eliminiren bez. bemerken konnte. Die Flamme<sup>2)</sup>, unter die negative Electrode gestellt, beförderte nun sehr merklich die Zahl der übergehenden Funken bez. rief sie erst hervor, im Funkenmikrometer nehmen sie entsprechend ab. An der Anode zeigt sich bald etwas Begünstigung, bald aber auch Verhinderung der Funken, erstere war aber sehr merklich geringer als an der Kathode. Der zweite Fall

1) Die kürzeste Entfernung zwischen den beiden Kugeln wurde auf ca. 100 mm eingestellt.

2) Man muss sich natürlich davon überzeugen, dass nicht Influenz des Trägers der Flamme eine wesentliche Rolle spielt. Vgl. Wied. Ann. 49. p. 296 ff. 1893.



scheint einzutreten, wenn (wie anzunehmen infolge von Feuchtigkeitsniederschlag) zwischen Polkugeln und Glasplatte sich stärkere Büschel entwickelt haben. Bei längerem Einfluss der Flamme kann es sich ereignen, dass gar keine Funken mehr zu Stande kommen, sondern die ganze Entladung büschelartig über den Rand der Glasplatte hinübergeht.

Um nun entsprechende Effecte durch Luftströme zu erhalten, wurden unterhalb der Kugeln zwei Glasröhren ( $\alpha\beta$  und  $\gamma\delta$  Fig. 3 sind deren verticale Theile) passend angebracht, welche unten horizontal umgebogen mit je einem Zweige eines metallenen Dreiwegstückes in Verbindung standen. Die gemeinsame Fortsetzung desselben communicirte mit einem kleineren Gasometer, dessen Glocke beim Herabsinken den Luftstrom in Bewegung setzte. In jedem der Zweige des Dreiwegstückes befand sich ein Hahn; je nachdem man den

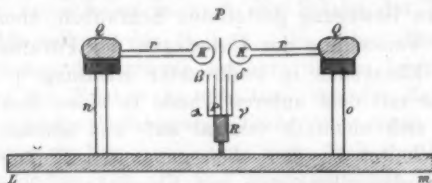


Fig. 3.

einen oder anderen öffnete, floss die Luft an der einen oder anderen Polkugel vorbei, und zwar hauptsächlich in dem Zwischenraume zwischen ihr und der Glasscheibe. Durch langsames Oeffnen der Zuleitung erreicht man die günstigste (immerhin nur sanfte) Strömungsgeschwindigkeit, weder starkes noch zu schwaches Blasen ist vortheilhaft für den zu erzielenden Effect. Auch empfiehlt es sich, die Kugeln ziemlich sorgfältig einzustellen, die Glasscheibe möglichst genau in der Mitte zwischen denselben anzubringen. Ungünstig ist es bei sehr feuchtem Wetter zu arbeiten, da alsdann die Büschel zwischen Glasscheibe und Polkugeln stark auftreten und die Bildung wie Beförderung der Funken unter Umständen erheblich erschweren. Auch Ungleichheiten im Zustande der beiden Seiten der Glasscheibe (etwa die eine viel feuchter als die andere) können recht störend wirken, man drehe daher die Glastafel um  $180^\circ$  um eine verticale Axe und sehe zu, ob kein

stark verschiedenes Verhalten der Entladungen dadurch hervorgebracht wird. Sind solche Vorkehrungen getroffen, so erhält man aber sehr auffallende polare Unterschiede, so stark wie sie nur von Flammen geliefert werden. An derjenigen Electrode, welche als Kathode dient, tritt an Stelle vereinzelter Funken ein lebhaftes Spiel derselben; ist die Einstellung eine derartige, dass eben keine solchen mehr zu Stande kommen, so treten unter Einwirkung des Luftstromes Funken auf. An der Anode fand sich entweder viel geringere oder keine Begünstigung dieser, auch wohl direct ein Hindern, letzteres besonders, wie es scheint, bei vermehrtem Auftreten von Büscheln und stärkerem Blasen. Günstig für die polare Verschiedenheit des Einflusses erwies sich wiederholt ein relativ feuchter Luftstrom <sup>1)</sup>, wie er erhalten wird durch Einfüllen warmen Wassers in das Gasometer. Allerdings wird der Vortheil meist bald dadurch aufgehoben, dass Wasserniederschlag, der, wie schon oben erwähnt den Erfolg stört, sich bildet. Umgekehrt trat die polare Differenz bei Verwendung trockener Luft zurück, ja scheint sich umkehren zu können, wenn unter solchen Umständen auch andere Male wieder die jeweiligen Funkenentladungen an der Kathode bevorzugt werden. Bei der Flamme scheint im allgemeinen ein günstiges Zusammenwirken von Strömung, Hitze, Wasserdampf etc. vorhanden zu sein, welches den von Hrn. Garbasso erhaltenen Effect leicht hervorbringt. Aber sobald man die störenden Umstände kennen gelernt, die dabei in Betracht kommen, gelingt es, wie gesagt, leicht ebenso auffallende Wirkungen durch bewegte Luft zu erhalten. Man ist also keineswegs genöthigt aus Erscheinungen, wie sie die Herren Sella und Majorana beschrieben, auf das Vorhandensein von Ionen zu schliessen.

Was nun die im Anfange erwähnte Sicherheit der Schornsteine gegen Blitzschlag betrifft, so sprechen die hier beschriebenen Versuche kaum für die Verbrennungsgase als deren Ursache, denn solche veranlassen ja Funken in Fälln, bei denen in der Luft der Ausgleich der Electricitäten in einer anderen minder verderblichen Form der leuchtenden Ent-

1) Wasserdampf scheint an beiden Polen Funkenbildung zu befördern, besonders aber an der Anode.

ladung stattfindet. Um eine nähere Analogie mit einem rauchenden Schornstein zu erhalten, wurde eine kleine Terpentinflamme auf ihre Wirkung hin untersucht, aber sie zeigte kein irgend wesentlich anderes Verhalten als die übrigen Flammen. Zu beachten ist übrigens vielleicht auch bei Schornsteinen der Einfluss der Strömung, der jeder Funkenbildung entgegenwirkt, doch lässt sich die Grösse dieses Effectes ohne nähere Angaben nicht wohl beurtheilen.

Berlin, am 21. April 1898.

(Eingegangen 22. April 1898.)

**7. Mikroskopische  
Beobachtung von Wechselcontacten (Cohärer);  
von Leo Arons.**

---

Während Lodge die von Branly zuerst beobachteten Wirkungen electricischer Schwingungen auf den Widerstand von Metallpulvern, feinen Einschnitten in Stanniolblättern und ähnlichen Anordnungen mechanisch durch Bildung von Brücken zu erklären suchte, glaubte Branly selbst gegen diese Anschauung Einspruch erheben zu müssen und zwar wesentlich auf Grund von Versuchen, bei denen die Metallkörperchen in eine feste Masse (z. B. Paraffin) eingebettet waren. Branly scheint auch jetzt noch an der Meinung festzuhalten, dass durch die erregenden Schwingungen ein besonderer Zustand in dem die Metallkörper umgebenden Medium hervorgerufen würde.

Es liegt nahe, das Mikroskop zur Entscheidung der Frage herbeizuziehen, ob mechanische oder sichtbare electricische Vorgänge (Funkenbildung) die Widerstandsänderungen solcher Wechselcontacte begleiten. Der Versuch ist gelegentlich von Branly selbst und auch, wie ich einer persönlichen Mittheilung entnehme, von Aschkinass ohne Ergebniss gemacht worden. Auch Fromme<sup>1)</sup> hat nur recht zweifelhafte Ergebnisse erhalten. In seiner Dissertation hat van Gulik<sup>2)</sup> Fünkchen zwischen kleinen Platinkugeln, sowie Bewegungen der letzteren unter dem Mikroskop beobachtet.

Durch einen günstigen Zufall gelang es mir, unter dem Mikroskop sehr deutliche Wirkungen von Schwingungen sowohl mechanischer wie electricischer Art auf Wechselcontacte in Metallpulvern zu beobachten und schliesslich eine Anordnung herzustellen, die die absolut sichere Wiederholung der Versuche ermöglicht. Ich beschränke mich darauf, diese Anordnung zu beschreiben und nur gelegentlich auf Einzelheiten aus der grossen Menge meiner Versuche hinzuweisen.

1) Fromme, Wied. Ann. 58, p. 99. 1896.

2) van Gulik, Proefschrift, Groningen 1896.

Die Schwingungen wurden in Lecher'schen Drähten erzeugt, welche bei 5 cm Abstand eine Länge von nur 5 m hatten. Drei Brücken waren beständig aufgelegt; ihre Entfernung vom offenen Ende waren  $a = 2,06$   $b = 3,40$  und  $c = 4,72$  m. Das Vorhandensein von Schwingungen wurde mittels einer Vacuumröhre controlirt. Der Erreger war ein kleiner Inductionsapparat mit sehr schnellem Unterbrecher.

Die Wechselcontacte wurden folgendermaassen hergestellt. Ein 2—3 cm breiter, 17—18 cm langer Stanniolstreifen wurde möglichst glatt und fest auf einen nach allen Seiten etwas überstehenden starken Spiegelglasstreifen geklebt und mittels eines sehr scharfen Messers nahe der Mitte eine Unterbrechungsstelle erzeugt von solchen Dimensionen, dass sie ganz und gar in das Gesichtsfeld des Mikroskops gebracht werden konnte. Zu diesem Zweck wurden entweder zwei Schnitte längs der Diagonalen des Stanniolrechtecks geführt und die entstehenden stumpfwinkligen Dreiecke abgelöst; oder es wurde der Stanniolstreifen in der Mitte auf etwa 1 cm Länge so weit geschwächt (auf Bruchtheile von 1 mm), dass die Breite hier etwas weniger als der Durchmesser des Mikroskopgesichtsfeldes betrug, und die Unterbrechung schliesslich durch einen feinen Schnitt senkrecht zur Längsrichtung hergestellt. Auf die Unterbrechungsstelle wurde schliesslich eine Spur Metallpulver gebracht (Messingfeile, feinste Eisenfeile, feinstes gefälltes Silber). Sehr dauerhafte Präparate erhielt ich dadurch, dass ich auf das Pulver ein Tröpfchen Canadabalsam oder Copallack gab und ein Deckgläschen aufdrückte. Diese Einbettung beeinträchtigt die Wirkung der Schwingungen nicht im allermindesten; man erhält hierdurch einen Begriff von der Energie der Wirkung.

Das Zeiss'sche Mikroskop (Stativ I) wurde mit dem Tischchen 1—3 cm unterhalb der Lecherdrähte aufgestellt (zwischen  $a$  und  $c$  vgl. oben); das Rohr ragte in der Mitte zwischen den Drähten senkrecht in die Höhe; eine Störung der Wellen hierdurch wurde nicht beobachtet. Zur Benutzung kam gewöhnlich das Objectiv  $B$  mit Ocular 1 oder 2 (Vergrösserung 60 und 85); bisweilen der Zeichenapparat.

Die Widerstandsänderungen wurden nun in weiten Grenzen im einfachen Stromkreis beobachtet. Der Strom von 2 Accumulatoren wurde durch einen Widerstand von etwa 100000 Ohm

und ein geeignet verzweigtes Galvanometer mittels angepresster Klemmschrauben zu den Stanniolblättern geleitet; im allgemeinen waren die Veränderungen durch die Schwingungen so stark, dass entweder bei völliger Empfindlichkeit des Galvanometers kein messbarer Ausschlag erfolgte (Widerstand des Wechselcontacts  $\infty$ , d. h. weit über  $10^9$  Ohm), oder dass bei Kurzschluss des Wechselcontacts keine Ausschlagsänderung des (verzweigten) Galvanometers stattfand (Vollcontact d. h. Widerstand des Wechselcontacts  $< 10^3$  Ohm). Selten traten Zwischenstufen ein; zudem waren ihre Werthe so schwankend, dass eine Angabe der gemessenen Werthe bedeutungslos wäre.

Die eben hergestellten Präparate zeigen fast ausnahmslos den Widerstand  $\infty$ ; unter der Wirkung der Schwingungen erhält man bei einigermaassen dichter Anordnung der Spähne fast stets sofort Vollcontact, während man unter dem Mikroskop heftige Bewegungen der Metalltheilchen und ein lebhaftes Funkenspiel beobachtet. Besonders hell leuchten die grünen Fünkchen des Silbers. Es ist dabei ziemlich gleichgültig, ob sich das Präparat in einem Abstand von 0,8 oder 3 cm von der Drahtebene oder ob es sich unter einem Knoten oder Bauch befindet. Auch ist es gleichgültig, ob das Präparat während des Spiels der Schwingungen mit dem übrigen Stromkreis verbunden oder von ihm isolirt ist.<sup>1)</sup> Ist der Contact einmal hergestellt, so kann man ihn bei den locker aufliegenden Spähnen meist durch Klopfen entfernen. Bisweilen bildet sich freilich, namentlich bei Messingfeilen, eine äusserst feste Brücke; ein einzelner Spahn lässt sich durch Klopfen nicht entfernen, er ist wie an das Stanniol angeschmolzen, seine Oberfläche meist oxydirt. Solche Spähne werden leicht mittels eines feinen Pinsels beseitigt. Bei den in Canadabalsam oder Copallack eingebetteten Präparaten genügt das Klopfen gewöhnlich nicht, dagegen bringt ein leichter Druck mit einem Holzstäbchen auf das Deckglas den Widerstand vom Vollcontact auf  $\infty$ .

Eine Erscheinung, die bei den üblichen Formen der

1) Unter Umständen kann der äussere Stromkreis die Wirkung verstärken; wahrscheinlich stehen dann die Zuleitungsdrähte in einem gewissen Resonanzverhältniss zu der erregenden Schwingung. Einer solchen zufällig besonders günstigen Anordnung verdanke ich die Ermuthigung zur Fortführung meiner anfangs vergeblichen Versuche.

Wechselcontacte nicht beobachtet wird, ist die Zerstörung des durch Schwingungen hergestellten Vollcontactes durch die nämlichen Schwingungen. Namentlich bei sehr kräftigen Schwingungen in der Nähe der Bäuche werden Brücken, die sich gebildet, fast regelmässig unter lebhafter Bewegung und Funkenbildung völlig zerstört. Eine Brücke muss schon sehr solide gebaut sein, wenn sie den starken Schwingungen Trotz bieten soll. Dass diese Zerstörung bei den praktisch verwertheten Wechselcontacten nicht beobachtet wird, liegt zweifellos daran, dass bei den unzähligen Theilchen derselben die Zerstörung einzelner Contacte durch die Bildung neuer mehr als ausgleichen wird.<sup>1)</sup>

Arbeitet man mit demselben eingebetteten Präparat längere Zeit ohne Unterbrechung, so wird es nach und nach unempfindlicher und endlich lässt sich überhaupt kein Contact mehr herstellen. Die mikroskopische Beobachtung zeigt dann, dass die Flüssigkeit von kleinen Gasbläschen durchsetzt ist. Dieselben mögen durch die erhebliche locale Erwärmung erzeugt sein, für die ja auch die oben erwähnte gelegentliche Oxydation und das Anschmelzen (?) der Messingspähne bei den nicht eingebetteten Präparaten spricht, oder durch Zersetzung unter Wirkung der Schwingungen entstanden sein, wie sie A. von Hemptinne<sup>2)</sup> kürzlich beobachtet hat. Ueberlässt man das mit Gasblasen durchsetzte Präparat einige Stunden sich selbst, so verschwinden die Gasblasen (entweder durch Abkühlung oder Absorption) und das Präparat ist wieder brauchbar. Ein solches Präparat in Copallack benutze ich seit Monaten.

Zum Schlusse möchte ich noch auf eine einzelne Beobachtung hinweisen, namentlich da durch die jüngsten schönen

---

1) Ist ein Präparat durch den Gebrauch so empfindlich geworden, dass es bei jeder einzelnen schwächeren Erregung (am Knoten) Vollcontact giebt, bei darauf folgender stärkerer (am Bauch) den Widerstand  $\infty$  und so fort, so reagirt es in diesem Zustand gewöhnlich auch auf einfache Flaschenentladungen, ja auf den Funken des Unterbrechers. Bei diesen Wirkungen ist mikroskopisch nichts wahrzunehmen. Bei den gewöhnlich benutzten Wechselcontacten bestehen in der Unzahl von Berührungsstellen derartig empfindliche sicherlich stets.

2) A. von Hemptinne, Zeitschr. f. phys. Chem. 25. p. 284. 1898.



und vielversprechenden Versuche Auerbach's<sup>1)</sup> die mechanische Erklärung der Wechselcontacterscheinungen so ausserordentlich an Gewicht gewonnen hat, dass die Beobachtungen, die auf andere Erklärungen hinweisen, sorgfältig gesammelt werden müssen.

Als bei einem Stanniolpräparat der transversale Schnitt besonders glatt und fein ausgefallen war (Breite 0,019 mm), setzte ich es *ohne* Metallpulver den Schwingungen aus. Hierbei zeigte sich ein feines Fünkchenspiel zwischen den Rändern, der Widerstand des Präparates ging von  $\infty$  auf  $10^7$  Ohm herab. Unter dem Mikroskope zeigte sich, dass der Zwischenraum ziemlich gleichmässig mit einem feinen braunen Ueberzug bedeckt war, der nur hart an den Rändern je durch einen sehr feinen Strich von dem etwas ausgefranzten Stanniol getrennt war. Hier hatte offenbar durch *rein electrische* Vorgänge eine Brückenbildung stattgefunden. Der braune Ueberzug, wohl zerstäubtes und oxydirtes Stanniol, liess sich mit dem Pinsel leicht beseitigen.

Berlin, Phys. Institut d. Univ., Ostern 1898.

1) Auerbach, Wied. Ann. 64. p. 611. 1898.

(Eingegangen 9. Mai 1898.)

## 8. Ueber die Constanz von Normalwiderständen aus Manganin;

von W. Jaeger und St. Lindeck.<sup>1)</sup>

(Mittheilung aus der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt.)

Nachdem die Arbeiten über die Herstellung der Widerstandseinheit in der Reichsanstalt nunmehr abgeschlossen sind<sup>2)</sup>, sollen im Folgenden auch die Erfahrungen, welche im Laufe dieser Untersuchungen an den Copien, namentlich an denen aus Manganin, gewonnen worden sind, kurz mitgetheilt werden.

Zum besseren Verständniss möge bemerkt werden, dass die Einheit des electricischen Widerstandes in der Reichsanstalt durch 5 Quecksilber-Normalrohre gebildet wird, deren Widerstände durch geometrische Auswerthung ermittelt worden sind. Dieselben stimmen innerhalb weniger Hunderttausendstel überein.

An diese Normalrohre ist eine grössere Anzahl von gebogenen Quecksilbercopien ausgeschlossen, die im Vacuum gefüllt und dann zugeschmolzen wurden und die, ebenso wie die Normalrohre selbst, stets bei 0° gemessen werden. Neben diesen Copien kommen noch eine grössere Zahl von Drahtwiderständen aus Manganin<sup>3)</sup> in Betracht und zwar zunächst vier der Abtheilung I gehörige Büchsen von 1 Ohm, die in ziemlich kurzen Zeitintervallen sowohl untereinander als auch mit den Quecksilbercopien und den Normalrohren verglichen werden<sup>4)</sup>; ferner fünf der Abtheilung II gehörige Normalwiderstände von 1 Ohm, die als Hauptnormale für die Prüfung eingesandter Widerstände dienen und deren Anschluss an die

1) Aus Zeitschr. f. Instrumenk. 18. p. 97. 1893.

2) Vgl. W. Jaeger u. K. Kahle, Wied. Ann. 64. p. 456. 1898.

3) Von O. Wolf in Berlin bezogen.

4) Ueber einen Theil dieser Messungen und die dabei befolgten Methoden vgl. die früheren Veröffentlichungen (Wissensch. Abhandl. der Phys.-Techn. Reichsanstalt 2. p. 379. 1895; Auszug in der Zeitschr. für Instrumentenk. 16. p. 184. 1896). Die dort angegebenen Zahlen sind aber, den neueren Beobachtungen entsprechend, etwas umgerechnet; näheres darüber vgl. Wied. Ann. a. a. O.

Widerstandseinheit der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt alljährlich geschieht. Die Tabellen I, II, III geben eine Zusammenstellung der Werthe dieser Draht- und Quecksilbercopien zu verschiedenen Zeiten.

Weiterhin besitzt die Abtheilung II für die verschiedenen Decaden von 0,001 bis 10000 Ohm Normalwiderstände aus Manganinblech bez. -draht, welche mindestens jährlich durch Vergleichung mit den der Abtheilung II gehörigen Drahtnormalen von 1 Ohm an die Widerstandseinheit angeschlossen werden. Die hierbei erhaltenen Resultate sind in den Tab. IV bis VI zusammengestellt. Wie die nähere Betrachtung zeigt, ist die Constanz der Manganinwiderstände, welche sich bekanntlich auch durch einen sehr kleinen Temperaturcoefficienten auszeichnen, eine über Erwarten gute; sie übertreffen in dieser Beziehung noch die Quecksilbercopien.<sup>1)</sup>

Für die Sicherheit genauer Widerstandsmessungen ist dies in hohem Maasse wichtig, da die Benutzung der Quecksilbernormale selbst, wegen der damit verbundenen zeitraubenden Operationen, in den meisten Fällen ausgeschlossen erscheint. Man kann deshalb nur in längeren Zeitintervallen auf die Normale selbst zurückgehen und muss sich in der Zwischenzeit auf die Richtigkeit der Copien verlassen können. Eine öftere relative Vergleichung der Copien untereinander, besonders wenn diese verschiedener Art sind, bietet einen gewissen Ersatz für den Anschluss an die Normalrohre; es ist als wahrscheinlich anzunehmen, dass die absolute Aenderung der Copien nicht grösser sein wird als die auftretenden relativen Aenderungen, zumal wenn sich dieser Schluss bereits für eine längere Zeitperiode bestätigt gefunden hat.

Da die früheren Erfahrungen mit Drahtwiderständen zum Theil ungünstig waren, so mussten erst besondere Untersuchungen über die Constanz der Präcisionswiderstände aus Manganindraht angestellt werden. Das bis jetzt vorliegende Beobachtungsmaterial erstreckt sich über einen Zeitraum von mehr als fünf Jahren. Wie aus den unten mitgetheilten Tabellen hervorgeht, betragen die Aenderungen der Draht- und

1) Die den Tabellen I bis III zu Grunde liegenden Beobachtungen sind grösstentheils von W. Jaeger, die der anderen Tabellen von St. Lindeek ausgeführt.

Tabelle I.  
Manganwiderstände nach Vergleichung mit den Quecksilber-Normalrohren.  
(Internat. Ohm bei 18° der H-Scale.)

	Nr. 148 a	Nr. 149 a	Nr. 150 a	Nr. 151	Mittel
März 1892	—	—	—	0,997 676	(1,001 726)
Januar 1895	1,012 145	0,998 573	0,998 543	884	737
Juni 1897	148	592	589	699	745

Tabelle II.  
Vergleichung von Drahtwiderständen von 1 Ohm untereinander. (Internat. Ohm bei 18° der H-Scale.)

Material	Nr. 148 a	Nr. 149 a	Nr. 150 a	Nr. 151	Nr. 22	Nr. 23	Nr. 139	Nr. 1 A	Nr. 1 C
	Manganin				Patennickel		Manganin		
a <sup>1)</sup>	+0,000 919	+0,000 015	+0,000 006	+0,000 021	+0,000 207	+0,000 202	+0,000 031	+0,000 020	+0,000 020
Dec. 91	—	—	—	0,997 676	—	—	—	—	—
Oct. 92	1,012 157	—	0,998 560	678	0,996 887	0,996 987	0,997 762	—	—
Nov. 93	146	0,998 574	547	681	862	966	774	—	—
Mai 94	152	573	545	682	—	989	775	0,999 873	—
Jan. 96	152	575	541	690	—	959	792	890	0,999 837
Jan. 97	157	585	588	693	—	967	801	896	942
Juni 97	148	592	589	699	—	—	—	—	—
Jan. 98	156	588	533	702	—	985	821	906	952

1) a = Temperaturcoefficient bei 18° C.

Blechwiderstände im Laufe des angegebenen Zeitraums mit geringen Ausnahmen nur wenige Hunderttausendstel. Innerhalb dieser Grenzen lässt sich also durch die Manganinbüchsen eine einmal festgelegte Einheit auch in dem Zeitraum zwischen den Vergleichen mit den Normalrohren festhalten. Vergrössert wird diese Sicherheit noch durch die Quecksilbercopien, die ebenfalls von Zeit zu Zeit mit den Drahtwiderständen und den Normalrohren verglichen werden.

*Sämmtliche* angegebenen Widerstandswerthe gründen sich auf die Vergleichen der vier Manganinwiderstände von Abtheilung I mit den Normalrohren im März 1892, Januar 1895 und Juni 1897, deren Ergebnisse in Tabelle I zusammenge- und stellt sind.

Schon hieraus geht die gute Constanz dieser Widerstände hervor. Dieselben sind aber auch in der Zwischenzeit öfter untereinander verglichen worden; die vorstehende Tabelle II enthält den grössten Theil dieser Vergleichen. Die Zahlen dieser Tabelle sind aus den Werthen der Tabelle I in der Weise abgeleitet, dass die kleinen Aenderungen des Mittelwerthes (Tabelle I, letzte Columnne) auf die dazwischen liegende Zeit gleichmässig vertheilt wurden. Die übrigen in Tabelle II angegebenen Widerstände sind auf diese Mittelwerthe bezogen. Unter den Büchsen von Abtheilung II befinden sich ausser den Manganinwiderständen noch zwei ältere Büchsen aus Patentnickel, Nr. 22 und 23, die ebenfalls eine sehr befriedigende Constanz zeigen, aber wegen ihres etwa 10mal so grossen Temperaturcoefficienten und der grossen Thermokraft keine so genauen Messungen zulassen, wie die Manganinwiderstände. Zu den Prüfungen der eingesandten Widerstände werden jetzt nur die Manganinbüchsen 1A und 1C benutzt, die anderen drei Büchsen bieten lediglich ein historisches Interesse.

Bei diesen Messungen wurden zur Controle stets überschüssige Beobachtungen angestellt, welche in bekannter Weise ausgeglichen wurden; die Fehler der einzelnen Messungen betragen meist nur wenige Millionstel. Die grössten Veränderungen, nämlich 55 Millionstel in dem Zeitraume von  $5\frac{1}{2}$  Jahren, zeigt Büchse Nr. 139. Es geht in diese Zahl freilich auch der Fehler aus der Vergleichung der Büchsen mit den Normalrohren ein, der ein Hunderttausendstel erreichen kann. Hierauf

sind auch vielleicht die kleinen Schwankungen zurückzuführen, welche die Widerstände mitunter zeigen. Die innerhalb eines Jahres auftretenden Widerstandsänderungen sind meist sehr gering; sie überschreiten selten ein Hunderttausendstel (bei den Büchsen Nr. 22 und 23 sind die Messungen, wie erwähnt, weniger genau).

Da anfangs die Constanz der Büchsen für die Ansprüche der Präcisionsmessung noch nicht hinreichend erwiesen war, so benutzte man ausser diesen noch eine grössere Anzahl von Quecksilbercopien zur Fixirung der Widerstandseinheit. Ueber diese Copien selbst vgl. die früheren Veröffentlichungen.<sup>1)</sup> Alle Vergleichen zwischen den Quecksilbercopien und den Drahtbüchsen, welche gewöhnlich mit einer Vergleichung der Büchsen und Normalrohre Hand in Hand ging, sind mittels der nach Tabelle II bekannten Beziehungen zwischen den Büchsen auf Nr. 151 bezogen. In der Tabelle III sind die Differenzen der Quecksilbercopien gegen diese Büchse zu verschiedenen Zeiten zusammengestellt.

Die jährlichen Veränderungen der Differenzen sind, wie man sieht, im allgemeinen regelmässig; nur in der ersten Zeit haben sich einige Quecksilbercopien stärker verändert. Nr. 100 und 115 haben vom August 1892 bis März 1894 um etwa ein Zehntausendstel abgenommen; ebenso hat Nr. 100 im folgenden Zeitintervall nochmals um denselben Betrag abgenommen, während sich Nr. 115 normal verhielt. Vom Januar 1896 bis Februar 1897 zeigen sich keine erheblichen Abweichungen mehr. Für die Mittelwerthe der Aenderungen macht es wenig aus, ob man diese abweichenden Copien mit berücksichtigt oder nicht; hier sind sie ausgeschlossen worden, da ihr Verhalten offenbar nicht normal ist.

Es zeigt sich aber auch im allgemeinen eine Tendenz bei den Quecksilbercopien, allmählich etwas abzunehmen, während bei den Drahtcopien gewöhnlich das Gegentheil der Fall ist (nur die Büchse Nr. 150a hat etwas abgenommen). Doch beträgt die mittlere Aenderung der Differenzen für den ganzen

1) D. Kreichgauer u. W. Jaeger, Wied. Ann. 47. p. 563. 1892; ferner Wissensch. Abhandl. der Phys.-Techn. Reichsanstalt und Zeitschr. f. Instrumentenk. a. a. O.

Tabelle III.

Differenzen der Quecksilbercopien (bei 0°) gegen den Manganinwiderstand Nr. 151 (bei 18°).  
(Intern. Ohm.)

Temperatur	Temperatur		August 1892	$\Delta$	März 1894	$\Delta$	Januar 1896	$\Delta$	Februar 1897
	0°	18°							
Nr. 102 —	Nr. 151		+ 0,001 544	- 52	+ 0,001 492	- 35	+ 0,001 457	- 30	+ 0,001 427
" 117 "	" 151		- 2 207	- 22	- 2 229	- 10	- 2 239	+ 3	- 2 236
" 118 "	" 151		- 2 225	- 34	- 2 259	- 15	- 2 274	+ 10	- 2 264
" 114 "	" 151		- 5 673	- 36	- 5 709	- 61	- 5 770	- 9	- 5 779
" 115 "	" 151		- 7 251	(- 135)	- 7 384	- 22	- 7 406	- 1	- 7 407
" 100 "	" 151		+ 2 769	(- III)	+ 2 658	(- 108)	+ 2 550	- 1	+ 2 549
" 110 "	" 151		+ 9 344	- 18	+ 9 326	- 21	+ 9 305	- 9	+ 9 296
" 103 "	" 151		+ 9 940	- 31	+ 9 909	- 16	+ 9 893	- 7	+ 9 886
" 116 "	" 151		+ 2 696	- 23	+ 2 673	- 10	+ 2 663	+ 1	+ 2 664
" 109 "	" 151		+ 7 735	- 30	+ 7 705	- 13	+ 7 692	- 11	+ 7 681
" 111 "	" 151		+ 4 356	- 33	+ 4 323	- 4	+ 4 319	- 10	+ 4 309
" 107 "	" 151		+ 4 274	- 25	+ 4 249	- 10	+ 4 239	+ 12	+ 4 251
Mittlere Veränderung				- 30		- 20		- 4	Millionstel
Nr. 151			0,997 678	+ 4	0,997 682	+ 8	0,997 690	+ 5	0,997 695



Zeitraum vom August 1892 bis Februar 1897 nur 54 Millionstel; berücksichtigt man hierbei die Aenderung von + 17 Millionstel, welche nach Tab. II die Büchse Nr. 151 erfahren hat (vgl. letzte Columnne von Tab. III), so verbleibt für die Quecksilbercopien eine Abnahme des Widerstandes von 37 Millionstel in  $4\frac{1}{2}$  Jahren. Im letzten Zeitintervall haben sich die Quecksilbercopien bei Berücksichtigung der Zunahme von Nr. 151 gar nicht mehr geändert.

Man gewinnt hierdurch eine noch erhöhte Sicherheit für die Festhaltung der Widerstandseinheit als mit den Manganinbüchsen allein. Doch sind die Messungen mit den Quecksilbercopien unbequemer und wegen des grossen Temperaturcoefficienten von etwa 0,1 Proc. mit grösseren Fehlern behaftet; für den allgemeinen Gebrauch empfiehlt es sich daher auch bei Präcisionsmessungen Manganinbüchsen anzuwenden, die man von Zeit zu Zeit vergleichen lässt, und von der Anwendung von Quecksilbercopien ganz abzusehen.

Wie bereits oben erwähnt ist, besitzt die Abtheilung II der Reichsanstalt zur Prüfung eingesandter Widerstände eine grosse Reihe von Normalen der verschiedensten Beträge. Hier soll über die nach internationalen Ohm abgeglichenen Reihe berichtet werden, deren einzelne Widerstände zumeist im Laufe des Jahres 1894 beschafft wurden und die aus folgenden Stücken besteht:

8 Normale von	1	Ohm (1 A, 1 B, 1 C)
1 " "	2	" (2 A)
1 " "	5	" (5 A)
2 " "	10	" (10 A, 10 B)
2 " "	100	" (100 A, 100 B)
2 " "	1000	" (1000 A, 1000 B)
2 " "	10000	" (10 000 A, 10 000 B)
2 " "	0,1	" (0,1 A, 0,1 B)
2 " "	0,01	" (0,01 A, 0,01 B)
2 " "	0,001	" (0,001 A, 0,001 B).

Die Bestimmung der Werthe der einzelnen Normale geschieht in der folgenden Weise, wobei der für die Büchse 1 A in der Abtheilung I ermittelte Werth als Grundlage dient.

## I. Normale von 1 bis 10 Ohm.

Die Normale 1A, 1B, 1C werden in den drei möglichen Combinationen miteinander verglichen; mit Hülfe des bekannten Werthes von 1A ergeben sich hierdurch die Werthe von 1B und 1C. Hierauf werden die Differenzen

$$2A - (1A + 1B), \quad 2A - (1B + 1C), \quad 2A - (1C + 1A)$$

beobachtet, woraus drei Werthe für 2A folgen, deren Mittel zu der weiteren Berechnung benutzt wird. Ferner misst man die Differenz

$$5A - (1A + 1B + 1C + 2A)$$

mehrere Male; schliesslich werden noch die Differenzen

$$10A - (5A + 2A + 1A + 1B + 1C),$$

$$10B - (5A + 2A + 1A + 1B + 1C) \text{ und } 10A - 10B$$

direct beobachtet; eine einfache Ausgleichung liefert dann die Werthe von 10A und 10B. Alle diese Beobachtungen erfolgen mit der früher beschriebenen Verzweigungsbüchse<sup>1)</sup> und zwar einer solchen von 100 Ohm in der Wheatstone'schen bez. Thomson'schen Brücke. Für eine vollständige Vergleichung der Büchsen 1A, 1B, 1C ist l. c. p. 529 bez. 429 ein ausführliches Beispiel bereits mitgetheilt. Die Messungen lassen sich stets so anordnen, dass der Einfluss der Verbindungswiderstände vollständig eliminirt wird.

Tab. IV enthält eine Zusammenstellung von sechs vollständigen Messungsreihen, die in der angegebenen Weise in der Zeit vom September 1894 bis Februar 1898 angestellt sind. Die cursiv gedruckten Zahlen sind die *unmittelbar beobachteten Differenzen* in Millionstel Ohm bei den Messungen bis einschliesslich 5 Ohm und in Hunderttausendstel Ohm bei den Messungen an den Büchsen 10A und 10B. Die fett gedruckten Zahlen sind die zu Grunde gelegten Werthe von 1A, wie sie sich aus der Tab. II durch Interpolation ergeben. Hieraus sind dann die absoluten Werthe der anderen Büchsen unter Ausgleichung der überschüssigen Beobachtungen berechnet. Alle Messungen beziehen sich auf die Temperatur von

1) Feussner u. Lindeck, Wissensch. Abhandl. d. Physik.-Techn. Reichsanst. 2. p. 524; Zeitschr. f. Instrumentenk. 15. p. 425. 1895.

18° C. Am 30. Januar 1895 wurden die Büchsen 1A, 1B und 1C untereinander verglichen, da am 28. Januar 1895 die Büchse 1B aus Versehen längere Zeit auf über 60° C. im Petroleumbad erwärmt worden war. Wie man sieht, hat infolge hiervon der Widerstand von 1B nur um 0,004 Proc. abgenommen, um dann in drei Jahren langsam wieder anzusteigen.

Die Büchsen von 1 Ohm lassen einen Anstieg von 0,002 bis 0,003 Proc. in  $3\frac{1}{2}$  Jahren erkennen, während in den Werthen für die Büchse von 2 Ohm ein Gang nicht auftritt. Die Büchse von 5 Ohm zeigt Schwankungen innerhalb von etwa 0,002 Proc. Dasselbe gilt für die beiden Büchsen von 10 Ohm.

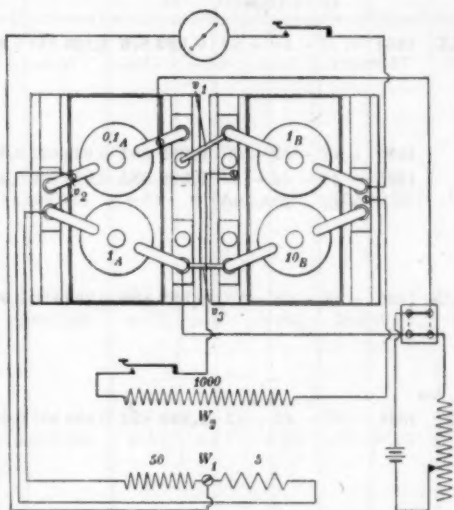
Die Constanz dieser sieben Widerstände ist um so bemerkenswerther, als sie ebenso wie die nunmehr zu besprechenden fast täglich benutzt werden.

## II. Decaden von 0,1, 0,01 und 0,001 Ohm.

a) *Beobachtungsverfahren bei der Vergleichung kleiner Widerstände.* Nachdem durch die in Tab. IV zusammengefassten Messungen zwei Widerstände von 10 Ohm auf die Normale von 1 Ohm genau bezogen sind, können die Widerstände von 0,1, 0,01, 0,001 und 0,0001 Ohm, und andererseits solche von 100, 1000, 10000 Ohm etc. in der Thomson'schen bez. Wheatstone'schen Brücke unter Benutzung des Verzweigungsverhältnisses 1:10 an die 1 Ohm-Normale angeschlossen werden. Bei der Bestimmung der Widerstände von 100 Ohm könnte natürlich dasselbe umständliche und eine grosse Reihe von Widerständen erfordernde Verfahren eingeschlagen werden, das bei dem Aufbau der 10 Ohm-Normale aus den 1 Ohm-Normalen benutzt wird. Es ist dies aber deshalb nicht nöthig, weil sich die Widerstände der höheren Decaden, wie wir weiter unten sehen werden, mittels des Verhältnisses 1:10 aus der Einheit der nächst niederen Decade mit grosser Schärfe in der gewöhnlichen Wheatstone'schen Brücke ableiten lassen, da hier alle Verbindungswiderstände leicht so klein gemacht werden können, dass ihr Werth im Vergleich zu den zu messenden Beträgen vollständig verschwindet.

Bei Herstellung von Normalen für die Decaden unter 1 Ohm, z. B. von 0,1 Ohm, kann man wegen der Verbindungswiderstände eine directe Vergleichung der Summen nicht mehr ausführen. Es ist schon bei der Decade von 0,1 Ohm nicht mehr möglich, genügend widerstandsfreie Verbindungen zweier solcher Büchsen herzustellen. Bei den Widerständen von 0,01 Ohm und darunter ist ein Hintereinanderschalten ganz ausgeschlossen, da hier der Widerstand nicht von den Enden der Zuleitungsbügel, sondern von den Enden des Widerstandsbleches aus rechnet.<sup>1)</sup>

Tab. V enthält eine Reihe von Messungen an je zwei Widerständen von 0,1, 0,01 und 0,001 Ohm; die Beobachtungen reichen indessen hier zeitlich nicht so weit zurück, wie die in Tab. IV aufgeführten. Bei den Büchsen von



0,1 Ohm wurden nämlich zum Zweck einer möglichst präzisen Definition des Widerstandes auf den Zuleitungsbügeln nachträglich Abzweigschrauben angebracht. Die vor dieser Abänderung angestellten Messungen sind also mit den späteren nicht direct vergleichbar und deshalb hier weggelassen.

Bei den Widerständen von 0,01 Ohm waren früher etwa 35 mm breite und 0,1 mm dicke Bleche benutzt worden. Es wurde indessen die Erfahrung gemacht, dass die Verwendung dünner Bleche für Präcisionswiderstände nicht zweckmässig ist. Im November 1896 ersetzte man daher die dünnen Bleche

1) Vgl. K. Feussner, Zeitschr. f. Instrumentenk. 10. p. 425. 1890.

Tabelle IV.

Mangannormale von 1 bis 10 Ohm (bezeichnet mit 1A, 1B, 1C, 2A, 3A, 10A)

Datum	1A - 1B	1A - 1C	1B - 1C	1A	1B	1C	2A -		
							[1A + 1B]	[1A + 1C]	[1B + 1C]
	10 <sup>-6</sup> Ohm						10 <sup>-6</sup> Ohm		
3.-4./IX. 1894	+ 11	- 50	- 64	0,999 876	0,999 864	0,999 927	+ 201	+ 139	+ 140
30./I. 1895	+ 58	- 42	- 99	0,999 881	0,999 823	0,999 922			
20./VI. 1895	+ 44	- 44	- 91	0,999 885	0,999 840	0,999 930	+ 198	+ 121	+ 160
	+ 45	- 45	- 90				+ 202	+ 113	+ 157
							+ 200	+ 113	+ 153
12.-14./X. 1895	+ 38	- 48	- 86	0,999 888	0,999 850	0,999 936	+ 202	+ 119	+ 157
									+ 161
31./VII. bis 5./VIII. 1896	+ 35	- 45	- 82	0,999 893	0,999 857	0,999 938	+ 198	+ 118	+ 154
11.-12./VI. 1897	+ 25	- 48	- 70	0,999 901	0,999 877	0,999 948	+ 156	+ 89	+ 144
2.-28./II. 1898	+ 22	- 47	- 67	0,999 906	0,999 883	0,999 951	+ 141	+ 72	+ 99
	+ 26	- 45	- 69						

durch solche von etwa 1 mm Dicke und entsprechend grösserer Länge bei etwa 10 mm Breite.

1) Die direct beobachteten Differenzen sind cursiv gedruckt, mittels übrigen Werthe durch Ausgleichung berechnet.

IV. 10A, 10B). Differenzen und absolute Werthe<sup>1)</sup> bei 18° C. in internat. Ohm.

		2A	5A - [1A + ... 2A]	5A	10A - [1A + ... 5A]	10B - [1A + ... 5A]	10A - 10B	10A	10B
		10 <sup>-6</sup> Ohm		10 <sup>-5</sup> Ohm					
9	+ 149	1,999 941	+ 469						
		942	470	5,000 077	+ 57	+ 60	+ 01	10,000 27	10,000 27
		940	468						
		1,999 941							
7	+ 160	1,999 925	+ 401						
3,	+ 157	931	397	4,999 985	+ 69	+ 44	+ 23	10,000 25	10,000 02
3	+ 159	929	408						
		1,999 928							
	+ 167	1,999 940	+ 471						
	+ 161	943	479	5,000 095	+ 72	+ 45	+ 22 <sub>8</sub>	10,000 41 <sub>8</sub>	10,000 17 <sub>8</sub>
		950	482						
		1,999 944							
8	+ 154	1,999 948	+ 448 <sub>8</sub>						
		949	432	5,000 082	+ 58 <sub>8</sub>	+ 43	+ 19	10 000 32	10,000 14
		949	454						
		1,999 949							
9	+ 114	1,999 934	+ 324						
		938	325	4,999 986	+ 62	+ 47	+ 15	10,000 27	10,000 12
		939	319						
		1,999 937							
	+ 90	1,999 930	+ 197						
		929	194	4,999 864	+ 67	+ 57 <sub>8</sub>	+ 11	10,000 20 <sub>8</sub>	10,000 10 <sub>8</sub>
		933	189				+ 10		
		1,999 931							

Die Messung der in Tab. V aufgeführten Widerstände geschieht in der folgenden Weise. Es wird in zwei Petroleum-

der aus Tab. II interpolirten (fettgedruckten) Werthe für 1 A sind die

bädern eine Brücke geschaltet (vgl. die Figur) aus den vier Normalwiderständen von 1, 10, 1 und 0,1 Ohm (z. B. 1B, 10B, 1A und 0,1A). Die geringen Verbindungswiderstände  $v_1$  und  $v_3$ , die sich zu 1 und 10 Ohm addiren (etwa je 0,0001 Ohm), sind nach der Methode des directen Ausschlages bis auf 1 Mikrohm genau bestimmt. Der zwischen 1 und 0,1 liegende Verbindungswiderstand  $v_2$  wird durch genügend hohe Widerstände (etwa 5 : 50 Ohm) aus einem Widerstandskasten  $W_1$  überbrückt. Die kleinen Abweichungen von dem für den Strom Null der Brücke nothwendigen Verhältnisse werden in bekannter Weise durch Nebenschaltungen  $W_2$  und Interpoliren ausgewerthet. Der Werth der 0,1 Ohm-Büchse ergibt sich dabei auf wenige Millionstel genau. Die ganze Messung wird wiederholt, indem man 0,1A durch 0,1B ersetzt. Ferner wird mittels der Verzweigungsbüchse die Differenz 0,1A — 0,1B direct gemessen. Die Zahlen in Tab. V lassen erkennen, wie genau die aus den beiden ersten Messungen *berechnete* Differenz der Werthe von 0,1A und 0,1B mit der *beobachteten* übereinstimmt.

Die drei beobachteten Werthe für 0,1A, 0,1B und 0,1A — 0,1B werden ausgeglichen und dienen dann zur Bestimmung der nächst niederen Decade von 0,01 Ohm. Die Messung von 0,01A und 0,01B geschieht genau in der gleichen Weise, indem man in der durch die obige Figur dargestellten Anordnung einfach 1A durch 0,1A und 0,1A bez. 0,1B durch 0,01A bez. 0,01B ersetzt; die Stromstärke wird aufs neue regulirt, bis man dieselbe Empfindlichkeit, wie vorher, erzielt. Tab. V enthält wieder die für 0,01A, 0,01B und die Differenz 0,01A — 0,01B beobachteten Werthe. Auch hier stimmt, ebenso wie bei der Decade von 0,001 Ohm, die *beobachtete* Differenz der beiden Büchsen mit der aus den einzelnen Messungen *berechneten* sehr gut überein. Die Ermittlung der Werthe von 0,001A und 0,001B mit Hülfe der ausgeglichenen Werthe von 0,01A und 0,01B ist nach dem Vorhergehenden ohne weiteres verständlich. Es sei noch bemerkt, dass bei diesen Messungen ein astatisches Galvanometer von Siemens und Halske mit vier hintereinander geschalteten Spulen von je 1,5 Ohm Widerstand benutzt wird. Der Strom, der bei der Vergleichung von 0,001 Ohm mit 0,01 Ohm etwa 10 Amp. betragen muss, wird einer auf 4 Volt geschalteten Accumula-



torenbatterie von 8 Zellen zu je 30 Amp. Entladungsstromstärke entnommen.

Die Erfahrungen mit Normalwiderständen von 0,0001 Ohm sollen bei späterer Gelegenheit mitgetheilt werden, wenn erst Messungen über einen längeren Zeitraum hin vorliegen.

b) *Constanz der kleinen Widerstände.* Die Zahlen von Tab. V liefern den Beweis, dass sich Widerstände von kleinen Beträgen, die in der Electrotechnik zur Messung hoher Stromstärken in den letzten Jahren eine so grosse Bedeutung gewonnen haben, nicht nur mit einer die Zwecke der Praxis weit übersteigenden Genauigkeit messen lassen, sondern auch bei sachgemässer Ausführung während längerer Zeiträume sehr constant bleiben. Die grösste an den sechs in Tab. V aufgeführten Büchsen beobachtete Aenderung beträgt bei 0,1 B etwas über 0,01 Proc. in  $2\frac{1}{2}$  Jahren.

Ueber die Messung kleiner Widerstände sollen zur Controle nach anderen Messmethoden als die vorbeschriebene noch weitere Versuche angestellt werden. Dass etwaige systematische Fehler in den Werthen der Tab. V nur sehr gering sein können, wurde übrigens schon im Jahre 1892 durch Messungen erwiesen, die von Cardew, Kahle und Lindeck im „Standardizing Laboratory“ des Board of Trade in London vorgenommen wurden. Stromstärken von etwa 400 und 600 Amp. wurden mittels einer Thomson'schen Stromwaage gemessen; an einem in denselben Stromkreis eingeschalteten Normalwiderstand der Reichsanstalt von 0,001 Ohm (grosses Modell) wurde die Spannungsdifferenz mittels eines der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt gehörigen Compensationsapparates nebst Clark'schem Normalelement bestimmt. Die beiden Anordnungen ergaben für die genannten Stromstärken Werthe, die innerhalb der Beobachtungsfehler identisch waren. Dasselbe Resultat wurde erhalten, als eine Stromstärke von genau 1 Amp. mit der Normalstromwaage des genannten Laboratoriums<sup>1)</sup> und gleichzeitig mittels eines Normalwiderstandes

---

1) In England wird die Stromeinheit für gesetzliche Zwecke durch die Festsetzung der Grösse der Anziehung definirt, welche die feste und die bewegliche Spule obiger Normalwaage aufeinander ausüben, wenn 1 Amp. durch sie hindurchfliesst.

Tabelle V.

Manganinnormale von 0,1, 0,01 und 0,001 Ohm (bezeichnet mit 0,1 A, 0,1 B; 0,01 A, 0,01 B; 0,001 A, 0,001 B).

Differenzen und absolute Werthe<sup>1)</sup> bei 18° C. in internat. Ohm.

Datum	0,1 A—0,1 B 10 <sup>-7</sup> Ohm	0,1 A	0,1 B
23./X. 1895	- 291	0,0999 605 604	0,0999 893 894
8./IV. 1896	- 301 <sub>5</sub>	0,0999 613 618	0,0999 929 924
4./VIII. 1896	- 356	0,0999 613 614	0,0999 973 972
15./VI. 1897	- 378	0,0999 621 623	0,1000 004 002
31./I. 1898	- 376	0,0999 616 615	0,0999 988 989
Datum	0,01 A—0,01 B 10 <sup>-8</sup> Ohm	0,01 A	0,01 B
13./XI. 1896	+ 209	0,01000 266 267	0,01000 061 060
15./VI. 1897	+ 211	0,01000 247 248	0,01000 040 039
1./II. 1898	+ 214	0,01000 234 236	0,01000 027 025
Datum	0,001 A—0,001 B 10 <sup>-9</sup> Ohm	0,001 A	0,001 B
28./X. 1895	- 39	0,000 999 612 609	0,000 999 641 644
8./IV. 1896	- 5	0,000 999 628 632	0,000 999 646 642
4./VIII. 1896	- 34	0,000 999 675 673	0,000 999 702 704
16./VI. 1897	- 23	0,000 999 674 674	0,000 999 696 696
1./II. 1898	- 31	0,000 999 670 674	0,000 999 712 708

1) Die cursiv gedruckten Zahlen sind die direct beobachteten Werthe; die übrigen wurden durch Ausgleichung derselben berechnet.

Tabelle VI.

Manganinnormale von 100, 1000, 10 000 Ohm (bezeichnet mit 100 A, 100 B; 1000 A, 1000 B; 10 000 A, 10 000 B).

Differenzen und absolute Werthe<sup>1)</sup> bei 18° C. in internat. Ohm.

Datum	100 A — 100 B 10 <sup>-4</sup> Ohm	100 A	100 B
23./II. 1895	—	99,9859	99,9851
21./VI. 1895	+ 7	99,9867 866	99,9856 857
15./X. 1895	+ 14	99,9931 929	99,9912 914
20./II. 1896	+ 12	99,9918 917	99,9902 903
7./VIII. 1896	+ 11	99,9926 927	99,9917 916
15./VII. 1897	+ 18	99,9906 906	99,9889 889
31./VII. 1898	+ 19	99,9899 900	99,9883 882

Datum	1000 A — 1000 B 10 <sup>-3</sup> Ohm	1000 A	1000 B
23./II. 1895	—	999,946	999,943
21./VI. 1895	0	999,968 968	999,967 967
15./X. 1895	+ 6	1000,064 063	1000,056 057
20./II. 1896	+ 6	1000,053 050	1000,037 040
7./VIII. 1896	+ 1	1000,062 060	1000,058 060
15./VII. 1897	+ 12	1000,023 023	1000,012 012
28./I. 1898	+ 11	1000,003 003	999,993 993

1) Die cursiv gedruckten Zahlen sind die direct beobachteten Werthe; die übrigen wurden durch Ausgleichung derselben berechnet.

der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt von 0,1 Ohm durch Spannungsmessung ermittelt wurde.

Datum	10000 A—10000 B 10 <sup>-2</sup> Ohm	10000 A	10 000 B
23./II. 1895	—	10003,43	10003,13
22./VI. 1895	+ 33	10003,24 3,24	10002,91 2,91
15./X. 1895	+ 33	10004,17 4,18	10003,87 3,86
22./II. 1896	+ 31	10004,42 4,43	10004,14 4,13
8./VIII. 1896	+ 39	10004,42 4,44	10004,10 4,08
15./VII. 1897	+ 28	10004,01 4,00	10003,71 3,72
28./I. 1898	+ 19	10003,99 3,98	10003,78 3,78

### III. Decaden von 100, 1000 und 10 000 Ohm.

Tab. VI enthält in der gleichen Anordnung wie die vorhergehende Zusammenstellung die Beobachtung an je zwei Büchsen von 100, 1000 und 10 000 Ohm. Die Methode der Messung unterscheidet sich von der im Abschnitt II beschriebenen nur durch das Fehlen der Thomson'schen Ueberbrückung. Zunächst werden mittels des Verzweigungsverhältnisses 1:10 Ohm und der zweiten Normalbüchse von 10 Ohm die beiden 100 Ohm-Büchsen bestimmt, deren Differenz ebenfalls beobachtet ist. Aus den ausgeglichenen Werthen ergeben sich dann mittels des Verhältnisses 10:100 Ohm die Werthe der beiden Normale von 1000 Ohm etc. Für alle sechs Büchsen ergiebt die Vergleichung in der ersten Zeit einen gleichmässigen Anstieg von etwa 0,01 Proc., der im Laufe der Jahre wieder zurückzugehen scheint. Es wird interessant sein, diese Erscheinung weiter zu verfolgen.

Die hohen Widerstände unterscheiden sich, was die Herstellung betrifft, insofern von den übrigen, als die dünnen Drähte von einem gewissen Durchmesser herab kalt gezogen werden müssen und dadurch bedeutend härter ausfallen als die dickeren Drähte, die nach dem Ziehen jedesmal gegläht

werden. Das künstliche Alterungsverfahren der Spulen durch etwa zehnstündiges Erhitzen auf  $140^{\circ}$  C. zieht infolgedessen bei den hohen Widerständen procentisch eine viel stärkere Widerstandsabnahme nach sich als bei Widerständen aus dickerem Draht. Dieser starken Abnahme scheint namentlich in der ersten Zeit nach der Herstellung ein geringer Anstieg zu folgen. Die in Tab. VI aufgeführten Normale sind zu folgenden Zeiten hergestellt: die Normale von 10 000 Ohm im December 1893, die Büchsen von 100 Ohm im Juni und diejenigen von 1000 Ohm im October 1894.

Vielleicht empfiehlt es sich für die hohen Widerstände, das Alterungsverfahren, sei es in Bezug auf die Dauer oder den Grad der Erhitzung, etwas zu modificiren; über dahin zielende Versuche soll später berichtet werden.

Bei der Beglaubigung eingesandter Widerstände aus Manganin gewährleistet jetzt die Reichsanstalt für die verschiedenen Decaden folgende absolute Genauigkeit:

Für die Decaden von				1 und 10 Ohm : 0,01 Proc.
"	"	"	"	100, 1000, 0,1 und 0,01 " : 0,015 "
"	"	"	"	10 000 und 0,001 " : 0,02 "
"	"	"	"	0,0001 " : 0,03 "

Die vorstehende Mittheilung dürfte den Beweis liefern, dass diese Genauigkeitsgrenzen vollauf verbürgt werden können.

Charlottenburg, März 1898.

(Eingegangen 5. April 1898.)

**9. Einfache analytische Behandlung eines schematischen Falles electromagnetischer Schirmwirkung; von Leo Arons.**

Das Problem der sogenannten electrischen Schirmwirkung ist ein ziemlich verwickeltes; zu Unterrichtszwecken hat mir die analytische Behandlung eines einfachen Falles gute Dienste geleistet, bei dem der Einfluss der veränderten Leitfähigkeit eines benachbarten Leiters sowie der Unterschied des Verhaltens bei periodischer und aperiodischer Aenderung des Magnetfeldes in übersichtlichen Formeln zu Tage tritt. Im Folgenden erlaube ich mir diesen Fall kurz zu entwickeln.

Zwei Stromleiter, geschlossene Kreise, von durchaus gleichen Dimensionen, aber aus verschiedenem Stoff — also mit gleichem Selbstinductionscoefficienten  $p$ , aber verschiedenem Widerstand  $w_1$  und  $w_2$ , befinden sich im Felde eines Magneten. Die Anzahl der die Kreise durchschneidenden Kraftlinien des Magnetfeldes werde mit  $n_1$  und  $n_2$  bezeichnet. Die augenblicklichen Stromintensitäten  $i_1$  und  $i_2$  zur Zeit  $t$  ergeben sich dann aus den Gleichungen:

$$(a) \quad \begin{cases} -\frac{dn_1}{dt} = w_1 i_1 + p \frac{di_1}{dt} + q \frac{di_2}{dt} \\ -\frac{dn_2}{dt} = w_2 i_2 + p \frac{di_2}{dt} + q \frac{di_1}{dt}, \end{cases}$$

worin  $q$  den Coefficienten der gegenseitigen Induction bedeutet. Liegen die beiden Leiterkreise Fläche an Fläche unmittelbar nebeneinander, sodass sämtliche Kraftlinien, die den einen durchsetzen, auch vom andern umschlossen werden, so wird nicht nur  $n_1 = n_2 = n$ , sondern es wird mit sehr grosser Annäherung auch  $q = p$  gesetzt werden können.

Aus den Gleichungen (a) folgt nach diesen Einsetzungen ohne weiteres für jede Zeit

$$(b) \quad w_1 i_1 = w_2 i_2.$$

Wird mit Hilfe dieser Beziehung  $i_2$  aus der ersteren der Gleichungen (a) eliminirt, so erhält man für  $i_1$  die Gleichung

$$-\frac{dn}{dt} = w_1 i_1 + p \left(1 + \frac{w_1}{w_2}\right) \frac{di_1}{dt},$$

Schreibt man

$$\frac{w_1 w_2}{w_1 + w_2} = w \quad \text{und} \quad \frac{p}{w} = \vartheta,$$

so ergibt sich

$$\frac{di_1}{dt} + \frac{1}{\vartheta} i_1 = -\frac{1}{w_1 \vartheta} \frac{dn}{dt}$$

und integrirt

$$c) \quad i_1 = c e^{-\frac{t}{\vartheta}} - \frac{1}{w_1 \vartheta} e^{-\frac{t}{\vartheta}} \int \frac{dn}{dt} e^{\frac{t}{\vartheta}} dt;$$

worin  $c$  die Integrationsconstante ist. Es sollen jetzt über den Verlauf von  $n$  mit der Zeit zwei verschiedene Annahmen gemacht werden.

1. Das Feld werde durch Entfernen des Magneten zum Verschwinden gebracht, entsprechend der Faraday'schen Versuchsanordnung.<sup>1)</sup>

Bezeichnet  $N$  die Zahl der Kraftlinien, die bei ruhendem Magneten die Kreise durchsetzen, und beginnt die Bewegung des Magneten zur Zeit  $t = 0$ , so kann — bei geeigneter Art der Bewegung — gesetzt werden  $n = N e^{-t/T}$ , worin  $T$  die Zeit angiebt, innerhalb deren  $n$  von  $N$  auf  $1/e N$  sinkt. Setzt man den Werth für  $n$  in (c) ein, so ergibt sich

$$i_1 = c e^{-\frac{t}{\vartheta}} + \frac{N}{w_1 (T - \vartheta)} \left\{ e^{-\frac{t}{T}} - e^{-\frac{t}{\vartheta}} \right\}$$

und da für  $t = 0$   $i_1 = 0$ , also  $c = 0$  sein muss

$$(d) \quad \left\{ \begin{array}{l} i_1 = \frac{N}{w_1 (T - \vartheta)} \left\{ e^{-\frac{t}{T}} - e^{-\frac{t}{\vartheta}} \right\} \\ i_2 = \frac{N}{w_2 (T - \vartheta)} \left\{ e^{-\frac{t}{T}} - e^{-\frac{t}{\vartheta}} \right\} \end{array} \right.$$

Wir untersuchen  $i_2$  in seiner Abhängigkeit von  $w_1$  die durch  $\vartheta$  bedingt ist

$$\left( \vartheta = \frac{p (w_1 + w_2)}{w_1 w_2} \right).$$

1) Faraday, Exp. Res. 14. § 1724 und 1725.



Es zeigt sich, dass für  $\vartheta \geq T$   $i_2$  stets positiv bleibt; es steigt mit wachsenden Werthen von  $t$  von 0 bis zu einem Maximum auf, um dann asymptotisch zum Werth 0 abzusinken. Der Zeitwerth, für den  $i_2$  das Maximum erreicht, folgt aus

$$-\frac{1}{T} e^{-\frac{t}{T}} + \frac{1}{\vartheta} e^{-\frac{t}{\vartheta}} = 0,$$

als

$$(c) \quad t_m = \frac{\vartheta T}{\vartheta - T} \lg \frac{\vartheta}{T}$$

und durch Einsetzen der Maximalwerthe von  $i_2$  als

$$\begin{aligned} (f) \quad i_m &= \frac{N}{w_2(T - \vartheta)} \left\{ \left( \frac{\vartheta}{T} \right)^{-\frac{\vartheta}{\vartheta - T}} - \left( \frac{\vartheta}{T} \right)^{-\frac{T}{\vartheta - T}} \right\} \\ &= \frac{N}{w_2 T} \left( \frac{\vartheta}{T} \right)^{\frac{\vartheta}{T - \vartheta}} = \frac{N}{w_2 T} e^{-\frac{t_m}{T}}. \end{aligned}$$

Da

$$\frac{d i_m}{d \vartheta} = \frac{T}{(\vartheta - T)^2} \left\{ \vartheta - T \lg \frac{\vartheta}{T} - T \right\} = \left( \frac{T^2}{\vartheta - T} \right)^2 \cdot \left\{ \frac{\vartheta}{T} - \lg \frac{\vartheta}{T} - 1 \right\}$$

stets positiv ist, zeigt sich, dass mit wachsendem  $\vartheta$ , also mit abnehmendem  $w_1$ ,  $t_m$  grösseren Werthen zustrebt. Aus (f) folgt, dass umgekehrt  $i_m$  mit abnehmendem  $w_1$  kleiner wird. Unter allen Umständen bewirkt also die Anwesenheit des Stromkreises 1 eine Verzögerung des Stromanstieges im Kreise 2. Je kleiner  $w_1$ , desto später erreicht  $i_2$  sein Maximum, dessen Werth ausserdem herabgedrückt ist.

Dagegen ergibt sich, dass die gesammte bewegte *Electricitätsmenge* in jedem Kreis von der Anwesenheit des andern völlig unabhängig ist. Eine einfache Integration zeigt, dass

$$Q_1 = \int_0^\infty i_1 dt = \frac{N}{w_1(T - \vartheta)} \left[ -T e^{-\frac{t}{T}} + \vartheta e^{-\frac{t}{\vartheta}} \right]_0^\infty = \frac{N}{w_1}$$

und ebenso

$$Q_2 = \frac{N}{w_2}.$$

Uebrigens ist dieses Ergebniss nach unseren durchgebildeten Anschauungsweisen von vornherein zu erwarten, da eben für die gesammte in Bewegung gesetzte Electricitätsmenge ausser dem Widerstand nur die Differenz der zu Anfang und Ende

des Versuches den Kreis durchsetzenden Kraftlinien in Betracht kommt, unabhängig vom Uebergang aus dem Anfangs- in den Endzustand. Und dieser Satz (gilt unabhängig von unserer besonderen Versuchsanordnung, sodass der negative Erfolg des Faraday'schen Experiments verständlich ist, selbst wenn die beeinflussende Strombahn aus einer massiven Metallplatte an Stelle des Kreises besteht.

2. Das Magnetfeld sei ein periodisches, etwa durch Rotiren eines den Kreisen benachbarten Magneten erzeugtes (Schema des Henry'schen Versuches.<sup>1)</sup>) Wir schreiben  $n = N \cos m t$ , worin  $m$  mit der Zeitdauer einer Vollperiode  $T$  durch  $m = 2\pi/T$  zusammenhängt. Setzen wir diesen Ausdruck von  $n$  in (c) ein, so erhalten wir (unter Vernachlässigung des nicht periodischen Ausdrucks)

$$i_1 = \frac{m N}{w_1 \sqrt{1 + \vartheta^2 m^2}} \sin(m t - \delta)$$

$$i_2 = \frac{m N}{w_2 \sqrt{1 + \vartheta^2 m^2}} \sin(m t - \delta) \quad \text{tg } \delta = m \vartheta$$

Betrachten wir auch hier wieder  $i_2$  in seiner Abhängigkeit von  $w_1$ . Es zeigt sich, dass  $i_2$  sowohl nach Amplitude wie Phase von  $w_1$  (durch  $\vartheta$ ) abhängt, die Periode bleibt ungeändert gleich der des Feldes. Ist  $w_1 = \infty$ , so ist  $w = w_2$  und  $\vartheta = p/w_2$ ; dann ist die Amplitude von  $i_2$ , die mit  $J$  bezeichnet werden mag,

$$J = \frac{m N}{\sqrt{w_2^2 + m^2 p^2}}.$$

Erhält  $w_1$  jetzt endliche abnehmende Werthe, so ändert sich erstens die beiden Strömen gemeinsame Phase, gleichzeitig aber auch  $J$ , und zwar nimmt  $J$  beständig ab. Könnte man  $w_1 = 0$  machen, so würde die Phase der Ströme um  $180^\circ$  gegen die des Feldes verschoben sein ( $\delta = 90^\circ$ ),  $J$  aber würde den Werth 0 haben, d. h. es würde völlige „Schirmwirkung“ stattfinden. Die Amplitude im ersten Stromkreis würde dabei einen endlichen Werth behalten, nämlich  $N/p$ . Ist auch dieser Zustand ( $w_1 = 0$ ) nicht zu erreichen, so sieht man doch, dass durch Verkleinern von  $w_1$  gegenüber  $w_2$  die Stromintensität im zweiten Leiterkreise stark herabgedrückt

1) Henry, Phil. Mag. 16. p. 257. 1840.

Ann. d. Phys. u. Chem. N. F. 65.

werden kann. Freilich ist dazu erforderlich, dass der Ausdruck  $\partial^2 m^2$  gross gegen 1 wird. Die Erscheinung wird also unter unserer Annahme erst bei sehr grosser Wechselzahl des Feldes auftreten.

Bei den Versuchen, denen in jüngster Zeit Elihu Thomson mannichfaltige Formen gegeben hat, dient als schirmender Stromkreis eine massive Metallplatte; für solche lassen sich die in Betracht kommenden Grössen, Selbstinductionscoefficient und Coefficient der gegenseitigen Induction nicht berechnen; vom Widerstand wissen wir wenigstens, dass er ausserordentlich klein ist. Seine Bedeutung wird leicht ersichtlich gemacht, indem man die Platte radial aufschlitzt; die Schirmwirkung wird dadurch vernichtet oder doch ausserordentlich stark herabgesetzt.

Schliesslich mag noch betont werden, dass bei unserer gedachten Anordnung der „schirmende“ Kreis von kleinem Widerstand in Bezug auf den felderzeugenden Magneten „vor“ oder „hinter“ dem „geschirmten“ Ring liegen kann.

(Eingegangen 9. Mai 1898.)

10. *Ueber die Disperston des  
Sylvins und das Reflexionsvermögen der Metalle;  
von A. Trowbridge.*

(Hierzu Taf. III Fig. 1–3.)

§ 1.

Theoretische Ueberlegungen führen zu dem Schluss, dass die optischen Eigenschaften der Metalle vollständig durch zwei Constanten, den Haupteinfallswinkel und das Hauptazimuth, bestimmt sind.

Während die theoretischen Deductionen durch Messungen im sichtbaren Spectrum vollständig bestätigt worden sind, ist eine Vergleichung der Forderungen der Theorie mit dem Resultat directer Messung im weiteren ultrarothem Spectralgebiet nicht gemacht worden, hauptsächlich wegen der Schwierigkeit, die optischen Constanten für diesen Theil des Spectrums zu bestimmen.

Ein Ausdruck für das Reflexionsvermögen  $r$  der Metalle bei senkrechter Incidenz kann aus der electromagnetischen Theorie des Lichtes hergeleitet werden, welche  $r$  giebt in Ausdrücken des Brechungsexponenten  $n$  des Metalles, seines Absorptionscoefficienten  $k$  und der Magnetisirungsconstante  $\mu$ . Wenn auch durch die Messung einer dieser Grössen wenig Licht auf die schwierigen Fragen geworfen werden kann, welche die optische Theorie der Metalle stellt<sup>1)</sup>, so habe ich dennoch eine experimentelle Bestimmung des Reflexionsvermögens einer Anzahl von Metallen gemacht, um zu ersehen, ob die Metalle selective Reflexion in dem weiteren ultrarothem Spectrum zeigen oder ob die Reflexion stetig mit zunehmender Wellenlänge zunimmt.

§ 2.

Directe Messungen des Reflexionsvermögens verschiedener Metalle wurden zuerst, soviel ich weiss, von de la Pro-

1) Winkelmann's Physik, Artikel über Reflexion der Metalle von Drude oder Physik des Aethers.

vostaye und P. Desains<sup>1)</sup> ausgeführt, welche u. a. Anzeichen dafür fanden, dass für einen constanten Einfallswinkel die Reflexion mit zunehmender Wellenlänge zunahm.

In den letzten Jahren machte Langley<sup>2)</sup> eine experimentelle Bestimmung des Reflexionsvermögens von Silber, und gleichzeitig Rubens<sup>3)</sup> eine Bestimmung des Reflexionsvermögens  $r$  von Silber, Gold, Kupfer, Eisen und Nickel bis zur Wellenlänge  $\lambda = 2,7\mu - 3,2\mu$  bei einem Einfallswinkel von  $12-15^\circ$  und kam zu den folgenden Schlüssen:

1. dass  $r$  im allgemeinen grösser ist für das ultraroth als für das sichtbare Spectrum;
2. dass für die guten Wärme- und Electricitätsleiter  $r$  grösser ist als für die schlechten;
3. dass die Metalle mit starker Dispersion im sichtbaren Spectrum eine erhebliche Veränderung von  $r$  mit der Wellenlänge zeigen.

Später, in einer Arbeit von E. F. Nichols<sup>4)</sup>, wurde die Reflexion des Silbers untersucht bis zur Wellenlänge  $\lambda = 9,0\mu$ . Für Wellenlängen über  $\lambda = 4,0\mu$  hinaus ergab sich die Reflexion als eine totale.

In einer vor kurzem veröffentlichten Mittheilung von Rubens und Nichols<sup>5)</sup> ist das Reflexionsvermögen von sieben Metallen (Gold, Platin, Kupfer, Eisen, Nickel, Messing und Spiegelmetall) für  $\lambda = 23,7\mu$  als gleich mit dem des Silbers angegeben. Die Verfasser nahmen mit Rücksicht auf die letzt-erwähnte Arbeit an, dass für Silber der Werth *Eins* innerhalb der Grenze der Beobachtungsfehler richtig ist.

Ferner sind noch zu erwähnen die Arbeiten von Knoblauch<sup>6)</sup>, welche sich freilich mehr auf die Bestimmung der optischen Constanten der Metalle beziehen, als auf eine directe Bestimmung des Reflexionsvermögens.

1) De la Provostaye u. P. Desains, *Ann. de Chim. et Phys.* (3) 30. 1850.

2) Langley, *Phil. Mag.* 27. p. 10. 1889.

3) Rubens, *Wied. Ann.* 37. p. 249. 1889.

4) E. F. Nichols, *Wied. Ann.* 60. p. 401. 1897.

5) Rubens u. Nichols, *Wied. Ann.* 60. p. 418. 1895.

6) Knoblauch, *Pogg. Ann.* 101. p. 161. 1857 und *Wied. Ann.* 1. p. 1. 1877; 10. p. 645. 1880; 19. p. 352. 1883; 24. p. 258. 1885.

## § 3.

Die im Folgenden mitgetheilten Resultate wurden erhalten durch directe Vergleichung der Reflexion an den sechs Metallen (Gold, Kupfer, Messing, Eisen, Nickel und Spiegelmetall) mit der an Silber für eine Anzahl von Punkten im Spectralgebiet zwischen  $\lambda = 1,0 \mu$  und  $\lambda = 15,0 \mu$ , wobei der Einfallswinkel annähernd  $10^\circ$  war. Das Reflexionsvermögen ergab sich hieraus bis  $\lambda = 9,0 \mu$  unter Zugrundelegung der von Nichols für Silber experimentell gefundenen Werthe; jenseits  $9 \mu$  wurde die Reflexion am Silber als eine totale angenommen.

Um unter den besten Bedingungen zu arbeiten, waren zwei verschiedene Spectralanordnungen nothwendig. Bei der ersten Anordnung wurde ein Fluoritprisma wegen seiner relativ grossen Dispersion benutzt, bis zur Wellenlänge  $\lambda = 9 \mu$ , wo Fluorit bereits stark absorbirt und daher aufhört als Prismasubstanz vortheilhaft zu sein. Bei der zweiten Anordnung wurde der durchsichtigere, aber weniger dispergirende Sylvin als Prismasubstanz benutzt. Bei der letzteren Anordnung wurde die Reinheit des Spectrums durch doppelte spectrale Zerlegung gesichert.

## § 4.

Die Dispersion des Sylvins ist bereits mehrfach Gegenstand experimenteller Untersuchungen gewesen. Es existiren darüber die Arbeiten von Rubens und Snow<sup>1)</sup>, Rubens<sup>2)</sup>, Rubens und Nichols<sup>3)</sup> und endlich von Rubens und mir.<sup>4)</sup>

Die erste dieser Arbeiten umfasst das Gebiet zwischen  $\lambda = 0,434 \mu$  und  $\lambda = 8,022 \mu$ . Ein Irrthum wurde nachträglich von den Verfassern gefunden, wonach die Werthe für den Brechungsexponenten zwischen  $\lambda = 5,0 \mu$  und  $\lambda = 8,022 \mu$  unrichtig waren.

In der an zweiter Stelle angegebenen Arbeit wurde die Dispersion bis zur Wellenlänge  $\lambda = 7,08 \mu$  untersucht; die Methode bestand in der Vergleichung der bekannten Dispersion

1) Rubens u. Snow, Wied. Ann. 46. p. 529. 1892.

2) Rubens, Wied. Ann. 53. p. 267. 1894; 54. p. 476. 1895.

3) Rubens u. Nichols, Wied. Ann. 60. p. 413. 1897.

4) Rubens u. Trowbridge, Wied. Ann. 60. p. 724. 1897.

in Fluorit mit der in Sylvin. In der dritten Arbeit wurden die Brechungsexponenten für zwei isolirte Wellenlängen ( $\lambda = 20,6 \mu$  und  $\lambda = 22,5 \mu$ ) bestimmt und die Constanten der Ketteler-Helmholtz'schen Dispersionsformel

$$(1) \quad n^2 = b^2 + \frac{m_1}{\lambda^2 - \lambda_1^2} - \frac{m_2}{\lambda^2 - \lambda_2^2}$$

berechnet, wobei die früheren Daten und der Brechungsexponent für die Wellenlänge  $\lambda = 20,6 \mu$  benutzt wurden.

In der letzten der oben citirten Arbeiten wurde die Correctheit der so erhaltenen theoretischen Dispersionscurve im Spectralgebiet zwischen  $\lambda = 10,0 \mu$  und  $\lambda = 18,0 \mu$  geprüft mit Hilfe eines Gitters aus parallelen Silberdrähten und eines spitzwinkligen Sylvinprismas, wobei eine von der Langley'schen nicht wesentlich verschiedene Methode<sup>1)</sup> benutzt wurde.

In dem Bereich der Wellenlängen  $\lambda = 5,0 \mu$  bis  $\lambda = 10,0 \mu$  sind hiernach directe Messungen nicht vorgenommen. Da nun aber in der vorliegenden Arbeit zum Theil innerhalb dieses Bereiches Beobachtungen anzustellen waren, schien es mir rathsam, die Bestimmung der Dispersion des Sylvins innerhalb des genannten Bereiches durch directe Messungen, wenn möglich nach der Langley'schen Methode, vorzunehmen. Dieser Gedanke wurde dadurch wesentlich befestigt, dass Hr. Paschen das von ihm mehrfach benutzte vorzügliche Rowland'sche Gitter zu einer derartigen Untersuchung freundlichst zur Verfügung stellte. Es sei mir gestattet, an dieser Stelle Hrn. Prof. Paschen meinen herzlichen Dank für seine grosse Liebenswürdigkeit auszusprechen.

Ich habe also Messungen zur Bestimmung der Dispersion ultrarother Strahlen in Sylvin vorgenommen zum Zweck der Calibrirung des Prismas bei meiner zweiten Versuchsanordnung. Die Messungen werde ich an dieser Stelle möglichst kurz beschreiben, bevor ich auf meine Beobachtungen des Reflexionsvermögens der Metalle zurückkomme. Wenn sie dennoch einen relativ grossen Raum einnehmen, so liegt dies daran, weil ein Urtheil über den Werth solcher Messungen nur auf die

1) Langley, Wied. Ann. 22. p. 598. 1884; vgl. auch Winkelmann, Handb. d. Phys. (2) 2. p. 157 und Ann. de Chim. et Phys. (4) 9. 1886.



genaue Kenntniss der Versuchsanordnung und mancher experimentellen Einzelheiten gegründet werden kann.

### § 5. Versuchsanordnung.

Die Anordnung des Apparates war im Princip identisch mit derjenigen, welche Langley in seiner Arbeit über die Dispersion ultrarother Strahlen in Steinsalz benutzt hat. Die specielle Form der Langley'schen Einrichtung, hier im ersten Theil des ultrarothern Spectrums angewendet, ist schematisch in Fig. 1 dargestellt. In derselben stellt  $a$  die Energiequelle dar (Linnemann's Zirkonbrenner),  $b$  einen auf der Vorderseite versilberten Hohlspiegel, welcher die Strahlen von  $a$  parallel machte, bevor sie auf das concave Rowland'sche Gitter  $g_1$  fielen. Das Gitter  $g_1$  war symmetrisch aufgestellt auf der verticalen Axe des getheilten Kreises  $c$ , welcher mit dem Mikrometermikroskop  $m$  versehen war zur Ablesung der Winkel, um welche das Gitter gedreht wurde. Im Brennpunkt des concaven Gitters stand der bilaterale Spalt  $s_I$  des Spiegelspectrometers  $s_I$   $l_I$   $l_{II}$   $e_{III}$   $s_{II}$ , auf dessen drehbarem Tischchen das Sylvinprisma  $p$  aufgestellt war. Das divergirende Strahlenbündel, das von dem Spalt  $s_{II}$  ausging, wurde in einen Brennpunkt auf dem einen Flügel eines Nichols'schen Radiometers vereinigt mit Hülfe des silbernen Hohlspiegels  $l_{IV}$  von kurzer Brennweite.

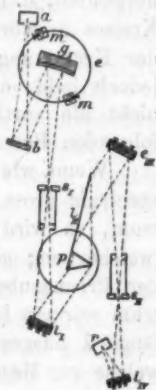


Fig. 1.

Die Benutzung des Radiometers als des Messinstrumentes erfordert, dass der Spalt  $s_{II}$  feststeht, da das Radiometer in seiner gegenwärtigen Form nicht an dem beweglichen Arm des Spectrometers befestigt werden kann. Diese Schwierigkeit wird überwunden durch Anwendung der Methode von Wadsworth<sup>1)</sup>, bei der die Spalte und Spiegel des Spectrometers feststehen. Die Abänderung der gewöhnlichen Einrichtung besteht in der Einführung eines silbernen Planspiegels  $l_{II}$ , der fest mit dem Prisma  $p$  verbunden ist und mit

1) Wadsworth, Phil. Mag. 38. p. 357. 1894.

demselben um die verticale Axe des Spectrometers  $s_1$   $l_1$   $l_{II}$   $e_{III}$   $s_{II}$  gedreht wird.

Die Anordnung des Theiles  $a$   $b$   $g_1$   $s_1$  ist von der Langley'schen Einrichtung verschieden und bedarf daher einer etwas ausführlicheren Beschreibung. Der Apparat wurde zuerst in der von Langley benutzten Rowland'schen Art hergestellt, d. h. Spalt, Gitter und Bild auf dem Umfang eines Kreises angebracht, dessen Durchmesser gleich dem Radius der Krümmung der Hohlgitteroberfläche ist. Es zeigte sich jedoch bald, dass zum Zwecke der vorliegenden Arbeit dies nicht die vortheilhafteste Anordnung war, wie sich aus der folgenden Betrachtung ergibt.

Wenn, wie in unserem Falle, die Dispersion in dem Gitterspectrum gross ist im Vergleich mit der in dem Prismaspectrum, so wird durch den Spalt  $s_1$  des Prismaspectrometers (welcher eng gemacht werden muss, da die Dispersionskraft der Prismasubstanz gering ist) aus dem grossen Gitterspectrum nur ein kleiner Theil der Energie irgend einer Wellenlänge  $\lambda$  ausgeschnitten, sodass Energie dieser Wellenlänge, welche zur Messung verwendbar wäre, unbenutzt bleibt. Dies ist von geringer Bedeutung für optische Messungen im sichtbaren Spectrum oder für Wärmemessungen im ersten Theil des ultrarothern Spectrums, wo die Energie gross ist, aber in dem weiteren ultrarothern Spectralgebiet ist es von grosser Wichtigkeit, die gesammte geringe Energie, die dort vorhanden ist, für die Messung nutzbar zu machen.

Wenn andererseits die Dispersion im Gitterspectrum klein ist im Vergleich mit der im Prismaspectrum, so gelangen Strahlungen von sehr verschiedener Wellenlänge gleichzeitig in den Spalt des Prismaspectrometers, sodass sich derselbe als ziemlich breiter Streifen abbildet. Dies macht die Feststellung eines Energiemaximums in dem Prismaspectrum unsicher und ist daher eine unvortheilhafte Anordnung.

Hieraus folgt, dass die Langley'sche Anordnung dann am besten zu benutzen ist, wenn die Dispersion im Prismaspectrum für ein gewisses Spectralgebiet gleich ist der in dem Gitterspectrum.

Infolge der sehr grossen Dispersionskraft des benutzten Rowland'schen Gitters und der im allgemeinen geringen Dis-

persions des Sylvins war die Bedingung der Dispersionsgleichheit von Gitter und Prisma in diesem Falle auch nicht annähernd erfüllt.

Die grosse Verschiedenheit zwischen den Dispersionen des Gitters und des Prismas, die in der Rowland'schen Anordnung vorhanden ist, wurde zum Theil dadurch beseitigt, dass die Strahlen von dem Linnemann'schen Brenner parallel gemacht wurden, bevor sie auf die Gitteroberfläche fielen. Dies verringerte die Dispersion des Gitters, sodass sie sich zu der im Verhältniss zum Prisma etwa wie 50:1 verhält.

Um genügende Energie für Messungen in den Gitterspectren der höheren Ordnungen zu gewinnen, musste der Spalt<sup>1)</sup> des Gitterspectrometers erweitert werden, bis er vielmal breiter war wie der des Prismaspectrometers. Dass dies statthaft ist, geht aus der folgenden Betrachtung hervor.

Die Reinheit eines Spectrums hängt von der Weite des Collimatorspaltes und von der Dispersionskraft des Prismas (oder Gitters) ab. In der That ist die Reinheit direct proportional der Dispersion und umgekehrt proportional der Spaltweite. So ist für das Prismaspectrum die Reinheit  $R_p = A(D_p/S_p)$  und für das Gitterspectrum die Reinheit  $R_g = A(D_g/S_g)$ , wo  $D_p$  und  $D_g$  die Dispersion des Prismas bez. des Gitters,  $S_p$  und  $S_g$  die Spaltweiten bedeuten und  $A$  ein Proportionalitätsfactor ist.

Nun ist, wenn Gitter und Prisma nacheinander angebracht werden zu doppelter Dispersion, sofern die Reinheit für beide Spectren dieselbe sein soll,  $S_g:S_p = D_g:D_p$ .

Im vorliegenden Fall war es daher statthaft, das Verhältniss der Spaltweiten  $S_g$  zu  $S_p$  auf 50 zu 1 zu erhöhen. Wenn der vordere Spalt des Prismaspectrometers bis zu 0,2 mm geöffnet wurde, konnte der Spalt des Gitterspectrometers bis zu ungefähr 1 cm erweitert werden.

Da dies die Breite des Zirkonblättchens des Linnemann'schen Brenners war, so sah ich von der Benutzung eines Spaltes gänzlich ab und benutzte das runde Zirkonblättchen als einen Spalt von constanter Grösse. Mit dieser Anordnung konnte ich genügende Energie erhalten, um mit dem Rowland's-

1) Der Spalt ist nicht in Fig. 1 angegeben.

schen Hohlgitter Messungen bis zur Wellenlänge  $\lambda = 5,893 \mu$  auszuführen.

Von diesem Punkt bis zur Wellenlänge  $\lambda = 11,197 \mu$  wurde ein Gitter aus parallelen Silberdrähten mit einer viel kleineren Dispersion an Stelle des Rowland'schen Hohlgitters gesetzt.

Da ein Theil der Spectraleinrichtung mit dem Drahtgitter sich wesentlich von der soeben beschriebenen unterscheidet, ist er schematisch in Fig. 2 dargestellt. Hier bedeutet  $a$ , wie vorher, die Energiequelle,  $b$  einen silbernen Hohlspiegel, welcher ein reelles Bild der Zirkonplatte  $a$  auf den Spalt  $s'$  des Spiegelspectrometers  $s' e' g_{II}$  wirft. Das Drahtgitter  $g_{II}$  wurde senkrecht aufgestellt auf dem Wege des Bündels paralleler Strahlen  $e' e''$ , wobei die Ebene der Drähte annähernd im rechten Winkel zu dem Wege der Strahlen war. In dieser Lage wurde es während der Beobachtungen festgehalten. Der Spiegel  $e''$  wurde senkrecht auf der Mitte des Spectrometertischchens angebracht, durch dessen Drehung die Spectren der verschiedenen Ordnungen, rechts und links, auf den bilateralen Spalt  $s_I$  des bereits erwähnten Prismaspectrometers  $s_I l_I p l_{II} e_{III} s_{II}$  geworfen werden konnten.

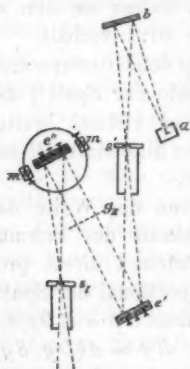


Fig. 2.

#### § 6. Apparate.

Da das Spiegelspectrometer  $s_I l_I l_{II} e_{III} s_{II}$  bereits von Rubens<sup>1)</sup> genau beschrieben worden ist, so wird eine ganz kurze Angabe hier genügen. Der Grad der Genauigkeit im Ablesen der Winkel auf dem getheilten Kreise war eine Secunde. Die Hohlspiegel hatten jeder eine Brennweite von 57 cm und eine Oeffnung von 5,5 cm. Das Instrument war für die gegenwärtige Arbeit so modificirt, dass die beiden Arme und der getheilte Kreis festgehalten wurden und der die Wadsworth'sche Einrichtung von Prisma und Spiegel tragende Tisch mit dem Mikrometermikroskop verbunden war.

1) Rubens, Wied. Ann. 54. p. 476. 1895.

Das Gitterspectrometer  $s'e'e''s_1$  war ein grosses Meyerstein'sches Instrument, welches für die gegenwärtige Arbeit in ein Spiegelspectrometer verwandelt war. Mit Hilfe der Mikrometermikroskope war es möglich, auf dem getheilten Kreise Winkel bis zu zwei Bogensecunden abzulesen. Die Spiegel  $e'e''$  hatten jeder eine Brennweite von 42 cm und eine Oeffnung von 7 cm.

Das Rowland'sche Hohlgitter  $g_1$  war das von Hrn. Paschen<sup>1)</sup> für seine Messungen der Dispersion ultrarother Strahlen in Fluorit benutzte. Die Breite der getheilten Oberfläche war 13,2 cm und die Länge derselben war 8 cm; die Zahl der Linien pro Millimeter war 142,1 und der Radius der concaven Oberfläche war 1,753 m.

Das Gitter  $g_{II}$ , welches ausführlicher von Rubens und Nichols<sup>2)</sup> beschrieben worden ist, besteht aus parallelen, 0,1858 mm dicken Silberdrähten, die so gewunden sind, dass die Entfernung zwischen den Drähten der Dicke derselben gleich ist. Die Strahlungsintensität im  $m$ ten Beugungsbild enthält den Factor  $\sin^2 m\pi p$ , wo  $p$  das Oeffnungsverhältniss<sup>3)</sup> ist.

Für Gitter, die in der eben erwähnten Weise gewunden sind, ist  $p = \frac{1}{2}$ , d. h. die Intensität der Beugungsbilder der geraden Ordnungen ist gleich Null, und die Beugungsbilder der ungeraden Ordnungen sind allein vorhanden.<sup>4)</sup>

Beide Gitter,  $g_1$  und  $g_{II}$ , wurden optisch calibriert mit dem gelben Natriumlicht, und zu den beobachteten Einstellungen des Spectrometers  $abgs$  kehrte man später, bei Beobachtungen in dem ultrarothern Spectralgebiete, wieder zurück. Bei Anwendung des Gitters  $g_1$  wurde ultrarother Energie von jedem der Bilder erster und gelegentlich zweiter und dritter Ordnung benutzt, während bei dem Drahtgitter  $g_{II}$  nur ultrarother Energie von der ersten Ordnung benutzt wurde. Die vorstehende Tabelle I giebt die Resultate der Beobachtungen, die bei der

1) Paschen, Wied. Ann. 53. p. 301. 1894.

2) Rubens u. Nichols, Wied. Ann. 60. p. 418. 1897.

3) Unter Oeffnungsverhältniss ist das Verhältniss zwischen Oeffnungsbreite und Gitterconstante zu verstehen.

4) Vgl. H. E. J. G. du Bois u. H. Rubens, Wied. Ann. 49. p. 593. 1893.

Tabelle I.

Rowland-Concavgitter					Dratgitter				
Ordnung	Ablenkung		$R + L$ 2	Gitterconstante	Ordnung	Ablenkung		$R + L$ 2	Gitterconstante
	Rechts	Links				Rechts	Links		
1	2,51°	2,52°	2,515°	0,013428	1	0°02' 28"	0°02' 53"	0°02' 43"	0,37288
2	5,08	5,02	5,05	0,013388	3	0 08 02	0 08 10	0 08 06	0,37516
3	7,59	7,59	7,59	0,013384	5	0 13 28	0 13 28	0 13 28	0,37609
4	10,11	10,01	10,06	0,013494	7	0 19 28	0 18 26	0 18 57	0,37417
5	12,73	12,69	12,71	0,013392	9	0 24 49	0 23 58	0 24 23	0,37388
6	15,26	15,32	15,29	0,013408	11	0 30 12	0 29 54	0 30 03	0,37050
7	17,88	17,92	17,90	0,013420	13	0 35 06	0 35 06	0 35 06	0,37516
8	20,61	20,60	20,605	0,013396	15	0 40 46			0,37271
9	23,28	23,32	23,30	0,013408					
10	25,96	26,14	26,06	0,013418					
11	28,90	—	—	0,013412					
12	31,76	—	—	0,013434					
13	34,88	—	—	0,013396					
14	37,98	—	—	0,013406					
				Mittel = 0,013414					Mittel = 0,37386

Calibrirung der Gitter  $g_I$  und  $g_{II}$  erhalten wurden. In der ersten Columne sind die Ordnungen der Spectren, in welchen die  $D$ -Linie festgestellt wurde; in der zweiten und dritten Columne sind die entsprechenden Ablenkungen der rechten bez. linken Bilder von dem centralen Bilde; die vierte Columne enthält das arithmetische Mittel der Ablenkungen rechts und links, und die letzte Columne enthält die Gitterconstante, berechnet aus der Ablenkung und der Ordnungszahl.

In den höheren Ordnungen wurden nur die rechten Bilder für die Calibrirung benutzt, da die linken Bilder so schwach an Intensität waren, dass die Einstellungen auf dieser Seite weniger genau als auf der anderen waren.

Die Verschiedenheit in der Intensität der rechten und linken Bilder, welche oft bemerkt wird, ist erklärt worden als eine Folge des Mangels an Gleichförmigkeit in den Diamantenstrichen, welcher sich selbst bei den besten Gittern findet.<sup>1)</sup>

#### § 7.

Das Radiometer war im allgemeinen dem von Nichols<sup>2)</sup> beschriebenen ähnlich, aber die folgende kleine Aenderung wurde für die gegenwärtige Arbeit nöthig gefunden. Eine 2 mm dicke Sylvinplatte wurde an Stelle der Glimmerplatte gesetzt, deren Entfernung von den geschwärzten Flügeln der Aufhängung zum Theil die Empfindlichkeit des Instrumentes bestimmt. Diese Sylvinplatte war festgekittet, sodass sie auch als ein luftdichtes Fenster des Radiometers diente statt des Fluoritfensters des von Hrn. Nichols beschriebenen Instrumentes. So konnte das Radiometer als Messinstrument im Spectralgebiet über  $\lambda = 9\mu$  hinaus benutzt werden, wo sowohl Fluorit als auch Glimmer stark absorbiren.

Die Radiometersuspension wog 6 mg und die Flügel bestanden aus geglühtem Glimmer, der auf einer Seite mit Lampenruss geschwärzt war.

Wenn das Instrument die grösste Empfindlichkeit hatte, war die volle Schwingungsperiode der Suspension ungefähr

1) Winkelmann, Handb. d. Phys., Opt. p. 405.

2) Nichols, Sitzungsber. d. k. Akad. d. Wiss. zu Berlin vom 22. Oct. 1896; Wied. Ann. 60. p. 401. 1897.



26 sec. Diese ziemlich lange Periode, die durch die Benutzung eines ausserordentlich feinen Quarzfadens verursacht war, war ein Zeichen hoher Empfindlichkeit; sie war in dieser Hinsicht ein Vortheil, aber es machte die Messungen recht ermüdend.

Da es keine Methode giebt, durch die die Ausschläge des Radiometers als Wärmeeffect in Graden des hundertgradigen Thermometers (die gewöhnliche Art, die Empfindlichkeit des Bolometers anzugeben) ausgedrückt werden können, so kann ich nur die folgende Andeutung machen in Bezug auf die Empfindlichkeit des Radiometers, welches ich benutzte. Die Strahlung der zwischen dem Spiegel  $e_{III}$  und dem Spalt  $s_{II}$  ( $\frac{1}{10}$  mm breit) gehaltenen Hand gab einen Ausschlag von 10 Scalentheilen bei einem Scalenabstand von  $2\frac{1}{2}$  m.

Um den störenden Effect der Erschütterung zu vermindern, wurde das Instrument auf einer W. H. Julius'schen Aufhängung<sup>1)</sup> angebracht; so ergab sich eine Stabilität, die Ausschläge bis zu 0,2 mm abzulesen gestattete.

Infolge der hohen Empfindlichkeit des Radiometers war es nöthig, dasselbe gegen zufällige Strahlungen von im Beobachtungszimmer befindlichen Gegenständen zu schützen. Zu diesem Zwecke wurde um das Radiometer herum ein auf der Innenseite geschwärztes Gehäuse gebaut mit den notwendigen Oeffnungen für den Durchgang der Strahlen von dem Spectrometer, für die Drähte der Julius'schen Suspension und für die Ablesung der Ausschläge der Radiometer-suspension.

Beim Auspumpen des Radiometers, was alle zwei oder drei Tage nöthig war, um eine hohe Empfindlichkeit zu erhalten, wurde eine kleine Geissler'sche Röhre mit dem Instrument in Verbindung gesetzt. Indem man die Lichterscheinung in der Röhre beobachtete, wenn das Radiometer am empfindlichsten war, konnte der entsprechende Druck leicht wieder erhalten werden, wenn das Instrument wieder ausgepumpt werden musste.

1) W. H. Julius, Wied. Ann. 56. p. 151. 1895.

## § 8.

Das aus einem sehr klaren Stück geschnittene Sylvinprisma hatte eine Höhe von ungefähr 2 cm und eine Basislänge von ungefähr  $3\frac{1}{2}$  cm. Der brechende Winkel, sorgfältig mit einem Schmidt und Haensch'schen Spectrometer gemessen, war  $39^\circ 46' 47''$  und der Brechungsexponent für Natriumlicht aus der beobachteten Minimalablenkung war  $n_D = 1,48984$ . Dies stimmt gut zu dem aus der Ketteler-Helmholtz'schen Formel berechneten Werthe ( $n_D = 1,4899$ ) und zu dem von Rubens und Snow beobachteten ( $n_D = 1,4900$ ).

Die Methode, welche zu den Messungen der Brechungsexponenten mittels der Langley'schen Anordnung benutzt wurde, war die folgende: Die Einstellung des Prismaspectrometers wurde bestimmt, bei welcher das auf den Spalt  $s_I$  fallende gelbe Natriumlicht durch das Prisma mit minimaler Ablenkung ging und auf die Mitte des Spaltes  $s_{II}$  fiel. Das Gitterspectrometer wurde dann in eine solche Einstellung (aus Tab. I) gebracht, dass die Natriumlinie des Diffractionsbildes der  $m$ ten Ordnung rechts auf den bilateralen Spalt  $s_{II}$  des Prismaspectrometers fiel: dann fiel nach der Gittertheorie zusammen mit der sichtbaren Natriumlinie ultraroth Energie von der Wellenlänge  $\lambda = (m/n)\lambda_D$ , wo  $n$  die Werthe 1, 2, 3 ... annehmen kann und  $\lambda_D$  die Wellenlänge der Natriumlinie ist.

Die Vertheilung der Energie in dem Prismaspectrum wurde dann gesucht, d. h. die Ausschläge des Radiometers beim Oeffnen des Schirmes wurden für die verschiedenen Einstellungen des Prismaspectrometers  $s_I, l_I, e_{III}, s_{II}$  beobachtet. Dieselbe Operation wurde für die  $m$ te Ordnung links wiederholt und die Energievertheilung in dem Prismaspectrum in jedem Falle graphisch dargestellt.

Solch eine Serie für die achte Ordnung ist in Tabelle II vollständig gegeben. Die darin enthaltenen sechs gesonderten Reihen von Beobachtungen liefern die nothwendigen Daten, um die Winkel minimaler Ablenkung (und folglich die Brechungsexponenten) für die bekannten Wellenlängen

$$\lambda = \frac{8}{1}\lambda_D, \quad \lambda = \frac{8}{2}\lambda_D \quad \text{und} \quad \lambda = \frac{8}{3}\lambda_D$$

zu berechnen.

Die mit „Rechtes Bild“ und „Linkes Bild“ bezeichneten senkrechten Columnen enthalten die einzelnen beobachteten Radiometerausschläge in Scalentheilen und das Mittel derselben für jede Prismaspectrometereinstellung, wenn die sichtbare Natriumlinie der achten Ordnung rechts bez. links in den Spalt  $s_I$  fiel. Die Bemerkungen unter jeder der drei Unterabtheilungen der Tabelle beziehen sich auf die jeder vorangehenden Unterabtheilung. Die Reihe ist eine wie sie im Durchschnitte erhalten wurde und ist hier mitgetheilt, um den Grad der Genauigkeit einigermaassen zu kennzeichnen, welchen diese Messungen beanspruchen können. Die Resultate dieser Tabelle sind auf Tafel III Fig. 1 graphisch dargestellt.

In Tabelle III sind die Resultate von 51 gesonderten Beobachtungen an 21 verschiedenen Punkten der Dispersionscurve von Sylvin in dem Felde zwischen den Wellenlängen  $\lambda = 0,982 \mu$  und  $\lambda = 11,197 \mu$  wiedergegeben. Die erste Columnne enthält die Wellenlängen, die zweite giebt die Art, wie diese Wellenlängen isolirt wurden, und die dritte Columnne giebt die Einstellungen des Prismaspectrometers für die *D*-Linie.<sup>1)</sup> Die 4., 5. und 6. Columnne enthalten die Spectrometereinstellungen für die Wellenlänge  $\lambda$ , die Dispersionswinkel  $\alpha_D - \alpha_\lambda / 2$  und die entsprechenden Brechungsexponenten  $n$ , nach den Beobachtungen an den Gitterbildern der rechten Ordnungen; die 7., 8. und 9. Columnne enthalten dasselbe nach den Beobachtungen an den linken Ordnungen. Die 10. Columnne enthält das arithmetische Mittel der beobachteten Werthe der Brechungsexponenten und die 11. und 12. Columnne die von Rubens und Snow bez. Rubens beobachteten Werthe. In der 13. Columnne sind die nach der Ketteler-Helmholtz'schen Dispersionsformel<sup>1)</sup> berechneten Brechungsexponenten angegeben, mit Benutzung der von Rubens und Nichols gegebenen Constanten, und in der letzten Columnne die Temperaturen in der Nähe des Prismas zur Zeit als die Beobachtungen gemacht wurden.

Die Resultate der Tabelle sind graphisch in der Tafel III Fig. 2 dargestellt, wo die Wellenlängen in  $\mu$ , die Abscissen

1) Da der Spalt  $s_{II}$  des Spectrometers sich nicht bilateral öffnete, so änderte sich die Einstellung für die Natriumlinie, wenn die Spaltbreite sich änderte.

und die Brechungsexponenten die Ordinaten sind. Die volle Linie stellt die nach der Ketteler-Helmholtz'schen Formel berechnete Dispersionscurve dar; die Werthe der von mir beobachteten Brechungsexponenten sind als kleine Kreise ( $\circ$ ) gegeben, die von Rubens und Snow als kleine Quadrate ( $\square$ ), und die von Rubens als Kreuze ( $\times$ ).

Tabelle II.

Ordnungs- zahl $m/n$	Spectro- meter- einstellung $\alpha_2$	Rechtes Bild		Linkes Bild	
		Ausschläge		Ausschläge	
		Einzelne	Mittel	Einzelne	Mittel
$\frac{9}{1}$	97° 45'	10,0		6,0	
		11,0	10,5	5,0	5,5
	97 46	8,0		18,0	
		8,0	8,0	12,5	12,7
	97 46 $\frac{1}{2}$	15,0		18,0	
		12,5	13,7	19,5	18,7
		13,5			
	97 47	17,0		22,0	
		15,0	15,5	20,0	21,0
		14,5			
	97 47 $\frac{1}{2}$	15,5		20,0	
		16,0	15,7	20,0	20,0
	97 48	10,5			
		12,5		18,0	
		15,5	13,7	17,5	17,7
		17,5			
	97 49	12,5			
		8,5		9,0	
	97 50	9,5	9,0	7,5	8,2
		4,5			
		5,0	4,8	—	—
		5,0			

Temperatur in der Nähe des Prismas 14,2° C. / Lage des Maximums { Rechts 97° 47' 15''  
Links 97 47 08

1) Gl. (1), p. 4.

Ordnungs- zahl $m/n$	Spectro- meter- einstellung $\alpha_1$	Rechtes Bild		Linkes Bild	
		Ausschläge		Ausschläge	
		Einzelne	Mittel	Einzelne	Mittel
$\frac{2}{3}$	97° 42'	24,0	23,7	33,0	30,7
		23,5		28,5	
	97 42 $\frac{1}{4}$	26,5	26,7	33,0	33,0
		27,0		33,0	
	97 42 $\frac{1}{2}$	31,0	31,0	40,5	39,2
		31,0		38,0	
	97 42 $\frac{3}{4}$	34,0	32,0	35,0	35,0
		30,0			
	97 43	29,0	26,3	32,5	33,5
		26,0		34,5	
	97 43 $\frac{1}{2}$	24,0	15,0		18,5
		13,0		18,5	
	97 44	17,0	5,0	7,5	6,5
		5,0		5,5	

Temperatur in der Nähe / Lage des Maximums { Rechts 97° 42' 36"  
des Prismas 14,1° C. { Links 97 42' 24

$\frac{3}{3}$	97° 38'	29,0	29,0		
	97 39	33,0	33,0	20,0	20,0
	97 40	85,0	87,0	73,0	73,0
		89,0		73,0	
	97 40 $\frac{1}{2}$	96,0	99,0	76,5	76,5
		102,0			
	97 41	60,0	63,0	51,5	51,5
		66,0			
	97 41 $\frac{1}{2}$	35,0	38,0	36,5	36,5
		41,0			
	97 42	24,0	23,7	33,0	30,7
		23,4		28,5	

Temperatur in der Nähe / Lage des Maximums { Rechts 97° 40' 24"  
des Prismas 14,0° C. { Links 97 40 24

Aus Tab. III und Taf. III ersieht man, dass die beobachteten Brechungsexponenten im allgemeinen gut übereinstimmen mit den nach der Ketteler-Helmholtz'schen Dispersionsformel berechneten Werthen und den von Rubens und Snow und Rubens angegebenen Brechungsexponenten, welche letztere Reihe von Werthen gemeinsam mit dem Brechungsexponenten für die Wellenlänge  $\lambda = 20,6 \mu$ , bei Berechnung der Constanten der theoretischen Dispersionsformel benutzt wurde.

Der Werth der Brechungsexponenten für die Wellenlänge  $\lambda = 3,20 \mu$ , welcher aus der Lage des ersten Absorptionsstreifens des Sylvins im Prismaspectrum erhalten wurde, ist in guter Uebereinstimmung mit dem von Rubens für dieselbe Wellenlänge gefundenen Werthe, obgleich er wesentlich von dem theoretischen Werthe abweicht. Ob die Uebereinstimmung auf Zufall beruht oder dahin zu deuten ist, dass der erste Absorptionsstreifen des Sylvins bei einer grösseren Wellenlänge als  $\lambda = 3,20 \mu$  liegt, weiss ich nicht.

Es ist nicht möglich, diese Frage durch directe Bestimmung des Brechungsexponenten zu entscheiden, weil man sich nicht auf Messungen hinsichtlich der Energievertheilung in dem Prismaspectrum an oder nahe an einem Absorptionsstreifen der Prismasubstanz verlassen kann, da das Energiemaximum sich von der Lage des Absorptionsstreifens fort verschiebt.

#### § 9.

Die Resultate der in dem Vorstehenden beschriebenen Dispersionsbeobachtungen dienten zur Calibrirung des Sylvinprismas, welches bei der zweiten, p. 615 erwähnten Versuchsanordnung in Anwendung kam. Die erste dieser beiden Anordnungen, welche im ersten Theil des Spectrums bis  $\lambda = 9,0 \mu$  gebraucht wurde, ist schematisch in Fig. 3 dargestellt.

Die Strahlen von dem Zirkonblättchen  $p$  des Linne-  
mann'schen Brenners wurden durch die Steinsalzlinse  $l_1$  concentrirt, sodass sie nach Reflexion auf dem Spiegel bei  $M_1$  und auf dem silbernen Spiegel  $M_{II}$  sich in einem reellen Bilde von  $p$  auf dem bilateralen Spalt  $s_1$  des Spiegelspectrometers  $s_1 s_I s_{II} s_{III} s_{II}$  vereinigten. Die Anwendung des feststehenden

Tabelle III.

Wellenlänge $\lambda$	Benennung $\frac{m}{n} \lambda_D$	Spectro- meter- einstellung für D-Linie $\alpha_D$	Rechtes Bild		
			Spectro- meter- einstellung $\alpha_\lambda$	$\frac{\alpha_D - \alpha_\lambda}{2}$	Brechungs- exponent $n$ beob.
0,982 $\mu$	$\frac{5}{3} \lambda_D$	97° 21' 11"	97° 34' 57"	0° 13' 46"	1,47969
1,179	$\frac{6}{3}$	97 21 21	97 38 03	0 16 42	1,47752
1,179	$\frac{6}{3}$	97 21 21	—	—	—
1,473	$\frac{5}{3}$	97 21 11	97 39 22	0 18 11	1,47645
1,571	$\frac{6}{3}$	97 21 37	97 40 43	0 19 06	1,47574
1,571	$\frac{6}{3}$	97 21 10	97 40 24	0 19 14	1,47564
1,768	$\frac{7}{3}$	97 21 37	—	—	—
1,768	$\frac{6}{3}$	97 21 21	97 41 09	0 19 48	1,47522
1,768	$\frac{6}{3}$	97 21 21	—	—	—
1,768	$\frac{3}{1}$	97 20 50	97 39 56	0 19 06	1,47574
1,768	$\frac{3}{1}$	97 20 39	97 40 27	0 19 48	1,47522
2,357	$\frac{6}{3}$	97 21 10	97 42 36	0 21 16	1,47414
2,357	$\frac{4}{1}$	97 20 50	97 41 54	0 21 04	1,47428
2,947	$\frac{5}{1}$	97 21 11	97 43 07	0 21 56	1,47371
3,200	Abs.-Streif.	—	—	—	—
4,125	$\frac{7}{1} \lambda_D$	97 21 21	97 46 06	0 24 45	1,47156
4,714	$\frac{6}{1}$	97 21 37	97 47 48	0 26 11	1,47050
4,714	$\frac{6}{1}$	97 21 10	97 47 15	0 26 05	1,47057
5,137	—	97 21 27	—	—	—
5,804	$\frac{9}{1}$	97 21 37	97 49 08	0 27 31	1,46951
5,471	—	97 21 27	97 49 03	0 27 36	1,46945
5,471	—	97 21 27	97 49 15	0 27 48	1,46930
5,893	$\frac{10}{1}$	97 21 37	97 50 47	0 29 10	1,46829
5,893	—	97 21 27	97 50 45	0 29 18	1,46819
6,482	$\frac{11}{1}$	97 21 27	—	—	—
7,080	Abs.-Streif.	—	—	—	—
7,661	$\frac{10}{1} \lambda_D$	97 21 46	97 56 49	0 35 03	1,46993
8,840	$\frac{10}{1}$	97 21 46	98 02 00	0 40 14	1,46005
9,006	—	97 21 46	98 02 27	0 40 41	1,45975
10,193	—	97 21 46	—	—	—
11,197	$\frac{16}{1}$	97 21 46	98 13 09	0 51 23	1,45181

silbernen Planspiegels  $M_{II}$  war nothwendig, um bei  $M_I$  kleine Einfallswinkel zu erhalten.

Der zur Untersuchung bestimmte Metallspiegel und der



Tabelle III.

Linkes Bild			<i>n</i> beob. Mittel	<i>n</i> beob. Rubens u. Snow	<i>n</i> beob. Rubens	<i>n</i> ber.	Temperatur in der Nähe des Prismas
Spectro- meter- einstellung $\alpha_\lambda$	$\alpha_D - \alpha_\lambda$ 2	Bre- chungs- exponent <i>n</i> beob.					
97°34' 59"	0°18' 48"	1,47966	1,47967	1,4797	1,4902	1,47970	—
97 38 12	0 16 51	1,47741	1,47747	1,4780	1,4778	1,47785	14,0° C.
97 38 06	0 16 45	1,47748					
97 39 18	0 18 09	1,47644	1,47644	1,4765	1,4769	1,47642	—
97 40 53	0 19 16	1,47562	1,47563	1,4762	1,4762	1,47608	14,0
97 40 24	0 19 14	1,47564					
97 41 21	0 19 44	1,47527	1,47542	1,4756	1,4756	1,47550	13,9
97 41 00	0 19 39	1,47533					
97 40 33	0 19 12	1,47566					
97 40 05	0 19 15	1,47563					
97 40 23	0 19 44	1,47527					
97 42 24	0 21 14	1,47416	1,47422	1,4740	1,4742	1,47435	14,0
97 41 52	0 21 02	1,47431					
97 43 11	0 22 00	1,47359	1,47365	—	1,4732	1,47350	14,4
—	—	—	1,47268	—	1,4727	1,47310	
97 46 06	0 24 45	1,47156	1,47156	—	1,4715	1,47168	
97 47 52	0 26 15	1,47045	1,47054	—	1,4706	1,47064	14,0
97 47 08	0 25 58	1,47064					
97 48 12	0 26 45	1,47008	1,47008	—	1,4698	1,46990	15,6
97 49 30	0 27 53	1,46924	1,46933	—	1,4695	1,46950	14,1
—	—	—	1,46937	—	1,4693	1,46920	15,1
—	—	—					
97 50 59	0 29 22	1,46814	1,46824	—	1,4683	1,46822	15,2
97 50 27	0 29 00	1,46841					
97 51 58	0 30 31	1,46729	1,46729	—	1,4668	1,46695	15,4
—	—	—	1,46547	—	1,4653	1,46547	—
97 56 49	0 35 03	1,46393	1,46393	—	—	1,46389	16,5
98 02 00	0 40 14	1,46005	1,46005	—	—	1,46028	17,0
—	—	—	1,45975	—	—	1,45980	17,0
98 09 42	0 47 56	1,45437	1,45437	—	—	1,45415	17,1
98 13 29	0 51 43	1,45155	1,45166	—	—	1,45130	17,0

silberne Vergleichsspiegel wurden auf der Rückseite zweier ähnlicher, mit rechtwinkligen Oeffnungen versehener Messingplatten angebracht, wobei die reflectirenden Flächen der

Spiegel gegen die Platten gekehrt waren. Diese Platten konnten abwechselnd auf den Halter  $M_I$  gebracht werden, wo sie durch zwei Federn festgehalten wurden.

Die beiden Platten, welche die beweglichen Seiten des bilateralen Spalts bildeten, waren mit Millimeterpapier bedeckt, und die Lage eines von der Linse  $l_1$  gebildeten reellen Bildes von einem Platindraht bei  $c$  diente als Controle der Anordnung beim Wechsel der Spiegel.

Das Spiegelspectrometer  $s_I$   $s_{II}$   $s_{III}$   $s_{II}$  war ein kleines Instrument Schmidt und Haensch'scher Construction, auf welchem Winkel abgelesen werden konnten mit einer Genauigkeit von 10 Bogensekunden. Die Röhren  $C$  und  $F$  wurden festgehalten und die bereits beschriebene Wadsworth'sche Einrichtung  $s_{II}$   $p$  von Spiegel und Prisma wurde auf dem Spectrometertischchen angebracht.

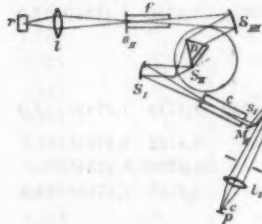


Fig. 3.

Die aus dem bilateralen Spalt  $s_{II}$  austretenden Strahlen wurden durch die Steinsalzlinse  $l$  gesammelt und auf einem Flügel eines Radiometers bei  $r$  in einem Brennpunkt vereinigt. Das Radiometer war in allen wesentlichen Einzelheiten dem bereits beschriebenen ähnlich. Da für diese Untersuchung genügende Energie im Spectrum bis zur Wellenlänge  $\lambda = 15,0 \mu$  vorhanden war, so wurde das Instrument absichtlich durch Benutzung eines gröberen Quarzfadens weniger empfindlich gemacht, um die Schwingungsperiode zu vermindern.

Das grosse Fluoritprisma  $p$ , welches einen brechenden Winkel von  $60^\circ$  hatte, wurde gemäss Hrn. Paschen's<sup>1)</sup> Dispersionsmessungen calibriert.

Da die Ausschläge des Radiometers nach Nichols proportional sind der auf den Flügel fallenden Energie, so bestand die Methode der Beobachtung einfach darin, die ballistischen Ausschläge des Radiometers beim Oeffnen des metallenen Schirmes  $s$  zu beobachten und zwar einmal, wenn die Strahlen von dem silbernen Vergleichsspiegel reflectirt

1) Paschen, Wied. Ann. 53. p. 801. 1894.

wurden, und dann, wenn die Strahlen von dem zur Untersuchung vorliegenden Spiegel reflectirt wurden. Jede Reihe von Beobachtungen bestand aus sieben bis elf solchen abwechselnden Messungen. Nach jeder Reihe wurde das Prisma nebst Spiegel gedreht, sodass die Energie einer anderen Wellenlänge auf die Flügel des Radiometers fiel, eine neue Reihe abwechselnder Beobachtungen wurde vorgenommen und auf diese Weise wurde das Spectralgebiet zwischen  $\lambda = 1,0 \mu$  und  $\lambda = 9,0 \mu$  untersucht, immer je ein Bruchtheil eines  $\mu$ .

Die Anordnung des zur Messung im Spectralgebiet zwischen  $\lambda = 9,0 \mu$  und  $\lambda = 15,0 \mu$  benutzten Apparates ist in Fig. 4 gegeben. In derselben stellt  $a$  die Energiequelle (Linnemann's Zirkonbrenner) dar,  $b$  einen silbernen Hohlspiegel, welcher die Strahlen aus  $a$  in einem Brennpunkt auf dem Spalt  $s$  vereinigt, nach Reflexion auf einem Spiegel bei  $M_1$ .

Die Strahlen von  $s$  gehen durch ein feststehendes Sylvinprisma  $p_1$  von sehr kleinem brechenden Winkel ( $\psi = 12^\circ$ ). Nach Ablenkung im Prisma werden die Strahlen gesammelt, sodass sie als

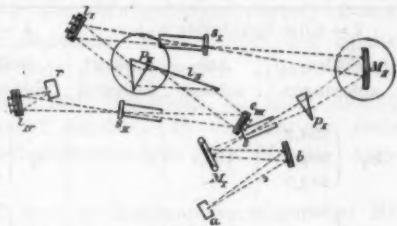


Fig. 4.

ein Spectrum auf den Spalt  $s_1$  des Spiegelspectrometers  $s_1 l_1 l_{II} e_{III} s_{II}$  fallen. Der Spiegel  $M_{II}$  war auf der Axe eines getheilten Kreises aufgestellt, durch dessen Drehung die Wellenlänge der auf den Spalt  $s_1$  fallenden Strahlen nach Belieben variiert werden konnte. Die Einrichtung des Spiegelspectrometers  $s_1 l_1 l_{II} e_{III} s_{II}$  war dieselbe wie die bereits (p. 8) beschriebene, und das Sylvinprisma  $p_{II}$  war es, für welches ich die Dispersion bestimmte.

Bei  $M_1$  befand sich die Vorrichtung, in welche die zu untersuchenden Metallspiegel eingesetzt wurden. Dieselbe ist, ebenso wie die angewandte Beobachtungsmethode, mit der von den Herren Rubens und Nichols beschriebenen identisch.

Die Untersuchungsmethode war hier ähnlich der bereits beschriebenen, welche bei dem ersten ultrarothern Spectralgebiet angewandt wurde. In diesem Falle jedoch wurde der

Metallschirm  $s$  ersetzt durch einen planparallelen Glasschirm von 2 mm Dicke, welcher über 70 Proc. der gesammten Strahlung von der Zirkonplatte durchliess, obgleich er gegenüber der ultrarothten Energie einer über  $\lambda = 8,0 \mu$  hinausgehenden Wellenlänge ganz undurchlässig war.

Mit Ausnahme des goldenen Spiegels, welcher aus einer dünnen Platte feinen Goldes bestand, die auf Messing gelöthet war, waren die Spiegel alle massiv und sehr eben ohne bemerkbare Risse. Die reflectirenden Flächen der Spiegel wurden oft mit Wasser, Alkohol und Aether gereinigt, obgleich dies für die grösseren Wellenlängen wenig oder keinen Unterschied im Reflexionsvermögen zu machen schien.

Tabelle IV.

Nickelspiegel.			Messingspiegel.		
$\lambda = 8,0 \mu$ Spaltbreite $\frac{7}{8}$ mm			$\lambda = 7,5 \mu$ Spaltbreite $\frac{3}{8}$ mm		
Scalen- ablesungen	Aus- schläge	Procent Reflexion	Scalen- ablesungen	Aus- schläge	Procent Reflexion
$S_1 \begin{cases} 394,2 \\ 582,0 \\ 382,0 \end{cases}$	193,9		$S_1 \begin{cases} 380,0 \\ 425,2 \\ 379,2 \end{cases}$	45,6	
$Ni_1 \begin{cases} 394,0 \\ 581,0 \\ 382,8 \end{cases}$	192,6	99,5	$M_1 \begin{cases} 383,5 \\ 427,0 \\ 384,3 \end{cases}$	43,1	97,2
$S_2 \begin{cases} 394,0 \\ 581,4 \\ 381,6 \end{cases}$	193,6	99,2	$S_2 \begin{cases} 389,4 \\ 432,8 \\ 390,2 \end{cases}$	43,0	93,9
$Ni_2 \begin{cases} 394,0 \\ 579,8 \\ 382,8 \end{cases}$	191,4	99,3	$M_2 \begin{cases} 396,0 \\ 438,5 \\ 397,0 \end{cases}$	42,0	101,2
$S_3 \begin{cases} 394,2 \\ 580,0 \\ 381,8 \end{cases}$	192,0	99,5	$S_3 \begin{cases} 402,8 \\ 442,6 \\ 402,8 \end{cases}$	39,8	103,0
$Ni_3 \begin{cases} 394,2 \\ 578,8 \\ 382,0 \end{cases}$	190,7	99,5	$M_3 \begin{cases} 407,8 \\ 448,7 \\ 409,0 \end{cases}$	40,3	98,7
$S_4 \begin{cases} 394,2 \\ 580,2 \\ 382,8 \end{cases}$	191,7		$S_4 \begin{cases} 414,0 \\ 455,8 \\ 414,4 \end{cases}$	41,6	
Mittel 99,4			Mittel 99,8		

Um die Ausführung einzelner Beobachtungen und zugleich das Verhalten des benutzten Radiometers zu erläutern, sind die Beobachtungen an den Wellenlängen  $\lambda = 8,0\mu$  und  $\lambda = 7,5\mu$  vollständig gegeben. Von den mehr als 150 Beobachtungsreihen, die im Spectralgebiet zwischen der Wellenlänge  $\lambda = 1,0\mu$  und  $\lambda = 15,0\mu$  gemacht wurden, liefert die erstere die beste Uebereinstimmung einzelner Werthe untereinander und die letztere, welche wiederholt wurde, die schlechteste.

Die folgende Tab. V enthält die Resultate der Messungen des Reflexionsvermögens der Metalle und Legirungen: Gold, Kupfer, Eisen, Nickel, Messing und Spiegelmetall. In der ersten senkrechten Columnne sind die Wellenlängen der Stellen im ultrarothern Spectrum enthalten, an welchen Beobachtungen gemacht wurden, in Columnne 2 das Wellenlängenintervall  $\lambda' - \lambda''$  in  $\mu$ , entsprechend der benutzten Winkelbreite der Spalte, die beide immer gleich weit geöffnet waren. Diese Werthe zeigen daher die Reinheit des Spectrums an den Punkten, wo Beobachtungen gemacht wurden. In den übrigen sechs Columnnen sind die Reflexionsvermögen der Metalle angegeben.

Auf Taf. III, Fig. 3 sind die Reflexionsvermögen der Metalle als Ordinaten und die Wellenlängen als Abscissen dargestellt.<sup>1)</sup> Bei Betrachtung dieser Figur ist es ersichtlich, dass trotz der Unregelmässigkeit der Curven das Reflexionsvermögen im allgemeinen bei zunehmender Wellenlänge zunimmt und dass die besseren Wärme- und Electricitätsleiter besser reflectiren als die schlechteren Leiter. Wie bereits erwähnt, wurden diese Gesetze von Rubens bei seinen Beobachtungen über die Reflexion der Metalle im ersten Theil des ultrarothern Spec-

1) Ich habe auf derselben Tafel auch das beobachtete Reflexionsvermögen einer polirten, senkrecht zu der optischen Axe geschnittenen Quarzfläche dargestellt. Infolge der geringen Energie, welche das Spectrum des Zirkonbrenners in dieser Gegend besitzt, stellt die hier gegebene Curve nur annähernd den Gang der Reflexion über den Absorptionsstreifen im Quarz dar. Sie zeigt jedoch, dass das Reflexionsvermögen des Absorptionsstreifens bei  $\lambda = 9,02\mu$  scharf abfällt und dann steigt bis zum nächsten Absorptionsstreifen bei  $\lambda = 20,75\mu$ , wo die Reflexion wieder metallisch ist.

trums aufgestellt. Es ist ferner zu erwähnen, dass das Reflexionsvermögen des Goldes ein bemerkbares Minimum hat, bei der Wellenlänge  $\lambda = 2,75 \mu$ , und auch, dass ausgesprochene Minima bei der Wellenlänge  $\lambda = 9,0 \mu$  in den Reflexionscurven von Eisen und Nickel vorkommen.

Tabelle V.

$\lambda$	$\lambda' - \lambda''$	Gold	Messing	Kupfer	Eisen	Nickel	Spiegelmetall
1,0 $\mu$	0,02 $\mu$	97,7	89,0	89,2	—	67,6	73,7
1,25	0,03	96,9	—	—	—	—	—
1,50	0,02	95,7	91,0	93,0	—	77,0	78,0
1,75	0,03	96,2	—	—	—	—	—
2,00	0,02	95,6	91,0	92,9	78,7	82,9	82,8
2,27	0,03	96,3	—	—	—	—	—
2,50	0,03	94,3	92,3	94,6	84,4	84,4	83,3
2,75	0,04	94,6	—	—	85,6	—	—
3,00	0,03	94,3	92,6	95,0	85,7	87,9	87,7
3,50	0,04	95,7	94,5	96,7	88,9	90,7	89,7
4,00	0,04	98,0	95,7	97,6	91,8	93,6	91,9
4,50	0,04	97,4	96,6	—	92,1	94,5	91,5
5,00	0,05	97,6	95,7	98,0	94,0	96,5	93,8
5,50	0,05	93,0	97,4	—	94,2	95,9	93,7
5,71	0,04	—	—	—	—	95,6	—
6,00	0,04	93,2	96,0	100,0	96,0	96,7	91,5
6,50	0,05	93,2	97,2	—	95,9	96,0	92,2
7,00	0,06	97,6	97,3	100,1	96,1	97,4	92,2
7,50	0,07	97,5	98,1	—	96,4	97,8	93,9
8,00	0,08	98,7	98,3	99,1	97,8	98,7	93,1
8,50	0,09	93,0	97,4	—	95,2	96,8	91,1
8,75	0,10	—	—	—	93,2	—	—
9,00	Dopp. Zer- legung	97,7	99,4	99,4	92,8	94,3	91,6
10,00		97,8	96,4	100,2	96,6	95,6	92,6
11,00		99,6	97,0	93,5	95,9	94,4	94,5
12,00		99,2	93,0	98,6	93,4	95,9	93,4
13,00		99,4	93,9	100,4	97,3	96,8	93,1
15,00		—	—	—	97,2	100,1	95,5

Die Messungen wurden mehrfach an den fraglichen Punkten wiederholt, um die Möglichkeit eines groben Irrthums bei der Beobachtung auszuschliessen.

Das Vorkommen von Minima in der Reflexionscurve kann erklärt werden durch eine Abnahme im Absorptionscoefficienten oder eine Zunahme der Brechungsexponenten oder durch beides. Das wäre die wahrscheinlichste Erklärung. Aber mit Rücksicht auf die magnetischen Eigenschaften des Eisens und Nickels könnte es möglich sein, dass die Abnahme in der Reflexion dieser Metalle einer Veränderung in der Magnetisirungsconstante zuzuschreiben wäre.

Für Lichtschwingungen ist die Magnetisirungsconstante der Metalle, Eisen und Nickel eingeschlossen, wahrscheinlich gleich eins, aber für magnetostatische Phänomene ist die Magnetisirungsconstante weit über hundertmal grösser. Es ist daher begreiflich, dass an irgend einem Punkte im ultrarothem Spectrum die Magnetisirungsconstante von Eisen und Nickel einen über eins hinausgehenden Werth haben könnte. Nun ist das Reflexionsvermögen  $r$  für normale Incidenz<sup>1)</sup>

$$r = 1 - \frac{4n\mu}{n^2 + k^2 + \mu^2 + 2n\mu},$$

wo  $n$  der Brechungsexponent des Metalles ist,  $k$  sein Absorptionscoefficient und  $\mu$  die Magnetisirungsconstante.

Eine einfache Betrachtung dieser Gleichung zeigt, dass wenn  $\mu$  einen etwas grösseren Werth als eins annimmt (während  $n^2$  und  $k^2$  constant bleiben und ihre Summe gross im Vergleich mit dem Werthe von  $\mu$  ist), das Glied auf der rechten Seite der Gleichung grösser werden und daher  $r$  kleiner werden wird. Für einen zunehmenden numerischen Werth von  $\mu$  wird sich das Glied der Null als seiner Grenze nähern und die Reflexion wird eine totale sein.

Dies würde die Minima erklären bei  $\lambda = 9,0 \mu$  in den Reflexionscurven von Eisen und Nickel und die nachherige, von Rubens und Nichols beobachtete totale Reflexion bei der Wellenlänge  $\lambda = 23,7 \mu$ . Da jedoch die anderen Metalle eine ebenso grosse Reflexion bei dieser Wellenlänge zeigten und da die Magnetisirungsconstante dieser Metalle sicherlich sich nur wenig von eins entfernt, so ist diese Erklärung der selectiven Reflexion von Eisen und



Nickel kaum mehr als eine mögliche; als eine solche wird sie auch hier nur vorgelegt.

Diese Arbeit wurde im Physikalischen Institut der Universität zu Berlin begonnen und im Physikalischen Institut der Technischen Hochschule in Charlottenburg beendet.

1) Drude, Physik des Aethers.

(Eingegangen 6. März 1898.)

**11. Zur Galvanometrie  
rascher, stossweise erfolgreicher Entladungen;  
von A. Witting.**

I.

Unter den im physikalischen Laboratorium gebräuchlichen Instrumenten für Strommessung zeichnet sich bekanntlich das Spiegelgalvanometer des Hrn. G. Wiedemann — von anderen Vorzügen abgesehen — durch seine vielseitige Verwendbarkeit aus. Diese Eigenschaft beruht hauptsächlich auf dem Umstande, dass sich, den verschiedenen Zwecken entsprechend, passende Multiplicatorrollen in das Instrument leicht einfügen und in verschiedenen, messbaren Abständen befestigen lassen. So ist es z. B. für die im Nachfolgenden ins Auge gefasste Untersuchung von Entladungsströmen mit sehr hohen, rasch veränderlichen Potentialgefällen zweckmässig, bei dem Instrumente als Multiplicator einen in etwa 100 Windungen auf einen Glascylinder aufgewickelten, gut isolirten, dicken Draht anzuwenden.

Galvanometer dienten bisher im wesentlichen nur zur Messung constanter Ströme oder zur Bestimmung der Electricitätsmenge, welche die Entladung eines electrischen Funkens oder ein kurzdauernder Inductionsstrom durch den Multiplicator sendet. Ausser der directen Beobachtung der Verschiebung der Ruhelage in dem einen Falle, oder des ersten Ausschlages im anderen wandte man bei feineren Messungen die durch W. Weber<sup>1)</sup> und A. Toepler<sup>2)</sup> angegebenen Methoden der Multiplication und Zurückwerfung an.

Aber auch eine sehr rasche, regelmässige Folge von Entladungsstössen, z. B. der Funkeninductoren, namentlich aber

1) W. Weber, Abhandl. d. k. sächs. Gesellsch. d. Wiss. 1. p. 341 ff.

2) A. Toepler, Tagebl. d. 51. Vers. d. Naturf. u. Aerzte in Cassel 1878.

die Funkenströme der neuerdings mehr in Aufnahme kommenden vielplattigen Influenzmaschinen lassen sich in exacter Weise nach den zuletzt erwähnten Methoden galvanometrisch messen. Denn nimmt man an, dass annähernd in jeder Zeiteinheit eine constante grosse Zahl von Entladungen gleicher Electricitätsmengen durch den Multiplicator erfolgt, so erfährt die Magnetnadel des Galvanometers bekanntlich eine constante Ablenkung, sofern deren Schwingungsdauer sehr gross ist gegen die Zeitperiode der aufeinander folgenden Entladungen. Sei  $\alpha$  der constante Winkel, den die Magnetnadel mit dem magnetischen Meridian einschliesst, während in der Secunde  $\nu$  Entladungen durch das Galvanometer gesendet werden, so müssen die durch einen Stromstoss und durch die Horizontalcomponente des Erdmagnetismus bewirkten, zeitlichen Drehantriebe entgegengesetzt gleich sein, also

$$\int_0^{\frac{1}{\nu}} K m i d t \cos \alpha = H m \sin \alpha \cdot \frac{1}{\nu},$$

wobei  $\alpha$  den gemachten Voraussetzungen gemäss gegenüber  $i$  als constant zu gelten hat. Ist andererseits  $a$  der durch einen einzigen jener Stromstösse hervorbrachte, an der Scala gemessene Nadelausschlag,  $a$  die als klein vorausgesetzte, durch den continüirlichen Funkenstrom erzeugte constante Ruhelagenverschiebung an derselben Scala und bedeuten endlich  $T$  und  $\lambda$  Schwingungsdauer und nat. log Decrement der gedämpften Nadel, so folgt

$$Q = \nu \int_0^{\frac{1}{\nu}} i d t = \frac{H}{K} \operatorname{tg} \alpha = C a = C \frac{T e^{\frac{\lambda}{\pi} \operatorname{arctg} \frac{\pi}{\lambda}}}{\sqrt{\pi^2 + \lambda^2}} \nu a.$$

Diese Gleichung sagt aber aus, dass die in der Secunde entladene Electricitätsmenge  $Q$ , also die *Intensität des Funkenstromes*, in derselben Weise und mit denselben Constanten  $H/K$ , der Galvanometerconstanten, gemessen wird, wie bei einem constanten Strome.<sup>1)</sup>

1) Vgl. auch A. Toepler u. v. Ettingshausen, Pogg. Ann. 160. p. 1. 1877, sowie F. Kohlrausch, Prakt. Physik p. 369. 1896.

Lässt man eine vielplattige Influenzmaschine mit constanter Geschwindigkeit durch einen Motor drehen und sendet deren Funkenstrom durch das Wiedemann'sche Galvanometer, dessen Schwingungsdauer, wenn nöthig, durch Astasirung verzögert sei, so kann der entstehende constante Ausschlag mit Fernrohr und Scala direct gemessen werden. Wird aber die Maschine mit der Hand, etwa nach den Schlägen eines Metronoms gedreht, so zeigt sich kaum eine constante Ablenkung des Magneten, vielmehr schwankt er in allerdings engen Grenzen regellos um eine mittlere Ruhelage herum. Dementsprechend hört man auch die Höhe des durch die rasche Funkenfolge am Funkenmikrometer hervorgebrachten Tones herauf- und hinuntergehen. Wollte man nun einfach das Mittel aus den grössten und kleinsten der beobachteten Ausschläge nehmen, so würde dies keinesfalls das richtige Strommittel ergeben. Man muss vielmehr entweder die einer mittleren Tonhöhe entsprechende Elongation beobachten, was nur bei einem geübten Ohre zu erreichen ist, oder man muss in gleichen Zeitintervallen, etwa von 5 zu 5 Sec., den jeweiligen Stand des Magneten notiren und aus diesen Daten das Mittel ziehen.

Wesentlich sicherer dagegen wird die Bestimmung der Stromstärke unter Benutzung der Methoden der Multiplication und der Toepler'schen Zurückwerfung; und dies nicht weil man vielleicht bequemer zu beobachtende Elongationen erhält, sondern weil diese Methoden an sich zeitliche Mittelwerthsmethoden sind.

Die in Rede stehenden Methoden lassen sich kurz folgendermassen beschreiben. Sendet man durch den Multiplicator des Galvanometers den Funkenstrom, so wird die Nadel aus der Ruhelage im magnetischen Meridian, ihrer „Nullstellung“ abgelenkt und beginnt nunmehr Schwingungen um eine neue Ruhelage, deren Scalenabstand von der Nullstellung mit  $+a$  bezeichnet sei. Indessen commutirt<sup>1)</sup> man den Strom beim ersten Umkehrpunkte der Nadel und verschiebt dadurch die Ruhelage nach  $-a$ . Wiederholt man das Commutiren des Stromes immer beim ersten Umkehrpunkte, so erhält man

1) Ein für hochgespannte Maschinenströme geeigneter Commutator ist nach bekanntem Schema leicht herzustellen.

schliesslich, wie die einfachste Ueberlegung zeigt, einen stationären Grenzzustand der Bewegung, bei dem die Nadel abwechselnd zwei symmetrisch zur Nullstellung liegende Elongationen,  $+A$  und  $-A$ , erreicht (vgl. Fig. 1); man findet

$$(1) \quad a = \frac{k-1}{k+1} A,$$

wobei

$$(2) \quad k = \frac{A+a}{A-a}$$

das Dämpfungsverhältniss vorstellt.

Die Methode sei die *einfache Multiplication* genannt. Die *einfache Zurückwerfung* erhält man, wenn der Strom nicht beim ersten, sondern immer beim *zweiten Umkehrpunkte* der Nadel commutirt wird, sodass also die Nadel im stationären Grenzzustande der Bewegung in periodischer Folge vier Elongationen

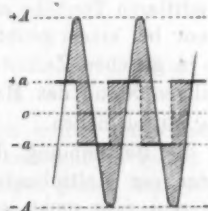


Fig. 1.

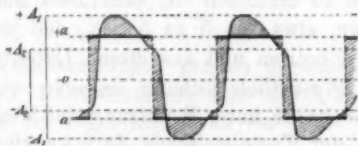


Fig. 2.

$+A_1$ ,  $+A_2$ ,  $-A_1$ ,  $-A_2$  erreicht (vgl. Fig. 2), die mit  $a$  und  $k$  durch die Formeln

$$(3) \quad a = \frac{A_1 + A_2}{2 A_1}$$

$$(4) \quad k = \frac{A_1 + A_2}{A_1 - A_2}$$

zusammenhängen.

Lässt man, allgemein, die Nadel abwechselnd immer  $n$  Schwingungen <sup>1)</sup> um die Ruhelage  $+a$  und  $-a$  ausführen, so erhält man für *ungerades*  $n$  eine *Multiplicationsmethode*, für *gerades*  $n$  dagegen eine *Zurückwerfungsmethode* und es ergeben sich für die Grenzelongationen die Beziehungen

<sup>1)</sup> Unter Schwingung ist bekanntlich wie beim Pendel die Halbperiode verstanden.

$$\left. \begin{aligned} A_p &= a + (-1)^{p-1} \frac{2k^{n-p}}{k^n + (-1)^n} a \\ k &= \frac{A_{p-1} - A_p}{A_{p+1} - A_p} \\ a &= \frac{A_{p-1} + k A_p}{1 + k} = \frac{A_{p-1} A_{p+1} - A_p^2}{A_{p-1} + A_{p+1} - 2 A_p} \end{aligned} \right\} p = 1, 2, 3, \dots n$$

und

$$a = \frac{k A_1 - A_n}{1 + k}.$$

Während die Figg. 1 und 2 die Fälle  $n = 1$  und  $n = 2$  veranschaulichen, stellen die Figg. 3 und 4 die Fälle  $n = 4$  und  $n = 5$  dar.

Man sieht, die Methoden unterscheiden sich von der ballistischen Multiplication und Zurückwerfung<sup>1)</sup> dadurch, dass

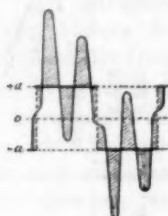


Fig. 3.

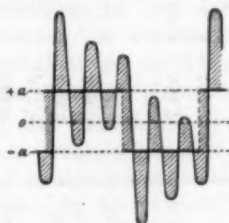


Fig. 4.

bei diesen der jedesmalige Stoss bei der *maximalen* Geschwindigkeit der Nadel (in der Elongation Null) ertheilt wird, während bei den hier betrachteten Methoden *bei der Geschwindigkeit Null* (im Augenblicke der maximalen Elongation) commutirt wird.

## II.

## Beobachtungen.

Als Stromquelle diente eine 20plattige Influenzmaschine nach Toepler'schem System, zur Strommessung das mit dem oben erwähnten Multiplicator versehene Wiedemann'sche Galvanometer. Vor und hinter demselben konnten zwei U-Röhren

1) Es ist klar, dass auch diese letzteren Methoden sich in ähnlicher Weise verallgemeinern lassen.

Direkte Beobachtung d. Ab- lenkung $\alpha$ nach je 5 Sec.		Einfache Multiplication		Einfache Zurückwerfung	
Nullstellung: 539		Nullstellung: 541,5		Nullstellung: 549,2	
Ablesungen	$\alpha$	Umkehrpunkte	Grenzhöhen	Umkehrpunkte	$2 A_1$ $2 A_2$
665,0	126	817	535,3	—	—
649,0	110	281,7	532,3	359	408,0
662,5	121,5	814	539,0	469	179,0
647,0	108	275	538,0	349,5	408,5
665,0	126	828	565,0	475,5	164,5
655,0	116	263	573,4	350	409,0
661,0	122	836,4	566,5	461	173,0
656,0	117	269,9	580,9	354,5	408,5
660,0	121	830,8	557,0	467	177,0
Mittel: $\alpha = 118,6$		273,8	560,2	350,2	398,8
		834,0	570,0	472,5	175,0
		284,0		756	414,5
		—		341,5	167,5
		—		469,5	
				637	
		Mittel: $2 A = 564,7$		Mittelwerte: 407,0	172,7
		$A = 282,4$			
		also nach Gl. (2)		also $A_1 = 208,5$ $A_2 = 86,3$	
		$k = \frac{401,0}{163,8} = 2,45$		daraus nach Gl. (3) und (4) berechnet:	
				$\alpha = 120,0$ $k = 2,47$	



mit  $\text{CuSO}_4$ -Lösung (je etwa 2500 S.-E. Widerstand) eingeschaltet werden.

Ein Beispiel nur möge vollständig angeführt werden, um die Brauchbarkeit der in Rede stehenden Methoden zu bestätigen. (Vgl. nebenstehende Tabelle.)

Diese, sowie zahlreiche andere Versuchsreihen erweisen zunächst die Brauchbarkeit der oben auseinandergesetzten Methoden; sodann aber bestätigen sie, dass die Intensität des von der Maschine gelieferten Stromes in weiten Grenzen unabhängig ist

1. vom Widerstande des Schliessungskreises,
2. von der Länge der in den Schliessungskreis eingeschalteten Funkenstrecke.

Allerdings findet bei grösseren Schlagweiten und ohne eingeschaltete U-Röhren leicht ein Verlust durch Ausstrahlung statt. Der letztgenannte Zusammenhang ist aus der nachfolgenden kleinen Tabelle zu erkennen, in welcher zugleich der Einfluss der Drehungsgeschwindigkeit auf die Stromstärke ersichtlich gemacht ist. Die erste Columnne giebt die Zahl der Umdrehungen der Scheiben in der Minute, die zweite die bei einfacher Multiplication erreichte Grenzelongation  $A$  für den Strom von 1 cm langen Funken und die dritte dieselbe Grösse  $A$  für den directen, funkenlosen Strom. In der vierten Columnne endlich stehen die aus der Tonhöhe ermittelten Funkenzahlen in der Secunde.

Umdrehungen	$A$		Funkenzahl für Columnne 2
	$F = 1 \text{ cm}$	$F = 0^1$	
200	18	16	488
300	28,5	26	775
400	36,5	35,5	976
600	55,3	55,5	1381

Es ergibt sich also, dass

3. die Intensität des Maschinenstromes in weiten Grenzen der Winkelgeschwindigkeit der Scheiben der Maschine proportional ist.

1) Wegen Fehlens der Funken fiel hier die Controle durch das Ohr weg, sodass die Werthe der 2. und 3. Columnne namentlich bei geringer Drehgeschwindigkeit etwas voneinander abweichen.

*Anmerkung.* Aus einer vor Jahren zu anderen Zwecken ausgeführten grossen Zahl von Beobachtungen mit constantem, galvanischem Strome sei beispielsweise nur eine Reihe mitgetheilt, bei der das in Fig. 3 gezeichnete Schema zur Anwendung kam. Die beobachteten Elongationen waren:

$A_1$	$A_2$	$A_3$	$A_4$
226,3	10,9	181,5	46,6
226,4	10,9	180,8	46,7
226,3	10,9	181,0	46,5
226,2	11,0	181,0	46,6
226,2	10,6	180,7	46,7

Mittelwerthe: 226,3    10,8    181,0    46,6

Daraus folgen nach den oben aufgestellten Formeln die Werthe:

$k$	$a$
1,266	105,9
1,268	107,4

Mittelwerthe: 1,267    106,6

Die Brauchbarkeit dieser Methoden zu bequemer und sehr genauer Ermittlung von  $k$  und  $a$  tritt dadurch klar hervor.

Dresden, Phys. Inst. d. techn. Hochschule, Oct. 1897.

(Eingegangen 11. April 1898.)

## 12. Auflösung von Platin und Gold in Electrolyten; von Max Margules.

---

1. Ein Selbstunterbrecher (Neef'scher Hammer) und zwei Daniell'sche Elemente genügen, um Platin oder Salzsäure, Salpetersäure, Schwefelsäure, in Kali- oder Natronlauge zu lösen. Der Apparat hat drei Klemmen, eine bei der Unterbrechungsstelle (Ambos), die zwei anderen an den Enden der Magnet-spule. In diese beiden schaltet man die Zersetzungs-zelle als Nebenschluss zur Spule. Durch die Zelle fliesst, wenn der Hammer auf dem Contact liegt, ein Zweigstrom von der Batterie, wenn der Contact unterbrochen ist, der Oeffnungs-Extrastrom des Magnets.

2. Während der Unterbrechung fliesst auch der Polarisationsstrom der Zelle durch die Spule. Ist die Feder weich und der Anker nahe genug beim Eisenkern, so merkt man die Wirkung des Polarisationsstromes sehr deutlich am Klopfen des Hammers; der Anker wird nach Einschaltung der Zelle viel stärker angezogen als ohne sie. Bei Kohlenelectroden dauert die Entladung ziemlich lange, nach wenigen Schwingungen tritt jedesmal eine längere Pause ein; sie kann unter günstigen Umständen mehr als eine Minute dauern.

3. Der Hufeisenmagnet, mit welchem die meisten Versuche ausgeführt wurden, hat massive Eisenkerne von 65 mm Höhe und 10 mm Durchmesser. Beide Spulen zusammen haben etwa 5000 Windungen von 0,25 mm dickem Kupferdraht. Der Widerstand ist beiläufig 100 Ohm. Die Versuche gelingen sowohl, wenn man die Spulen hintereinander, als auch wenn man sie parallel schaltet. Mit einem anderen Magnet von ziemlich gleicher Grösse, aber mit dickerem Draht etwa 2400 Windungen erzielt man auch gute Erfolge, dagegen weitaus geringere mit dem Magnet eines Telegraphenrelais von 300 Ohm Widerstand.

Die Zahl der Unterbrechungen in der Secunde wählt man zweckmässig zwischen 6 und 20. — Man kann die schwingende Feder über den Hammer hinaus verlängern, das Ende einklemmen oder aufstützen, die Contactschraube höher oder tiefer stellen und dadurch die Schwingungszahl zwischen ziemlich weiten Grenzen ändern.

Will man die Wirkung rasch erkennen, so nimmt man als Zersetzungszelle eine kleine U-Röhre von 2 oder 3 mm Durchmesser. Mit Platinelectroden in Schwefelsäure und 6 Smee als Stromquelle färbt sich die Flüssigkeit an der Anode schon nach 3 Minuten merklich gelb, nach einer Stunde ist sie, je nach der Concentration der Säure, roth oder bräunlich und enthält mehr als 1 mg Platin gelöst. Setzt man den Versuch fort, bis etwa 50 mg in einem  $\text{cm}^3$  gelöst sind, so wird die Flüssigkeit im Anodenschenkel tief schwarz.

4. Das Metall löst sich immer an derjenigen Electrode, welche für den Batteriestrom Anode ist.

Dieser Strom allein kann aber die Lösung von Platin und Gold nicht bewirken; weder wenn er constant durch die Zelle fliesst, noch wenn er oft unterbrochen wird und auch dann nicht, wenn man während der Unterbrechung die Electroden der Zelle kurz schliesst, um den Polarisationsstrom abfliessen zu lassen.

Der Oeffnungs-Extrastrom der Spule hat in dieser die gleiche Richtung wie der Batteriestrom, in der Zelle demnach die entgegengesetzte Richtung. Würde die Lösung durch ihn bewirkt, so müsste sie an derjenigen Seite auftreten, welche für den Batteriestrom Kathode ist.

5. Es ist bekannt, dass edle Metalle bei der Electrolyse Aenderungen an der Oberfläche erleiden, durch Wechselströme auch zerstäubt werden. Versuche von Brugnatelli, Poggendorff und de la Rive sind in Wiedemann's *Electricität* angeführt. Von electrolytischer Lösung des Platins in den eingangs genannten Säuren und Basen habe ich in der mir zugänglichen Literatur nichts gefunden.

6. Sehr wahrscheinlich ist mir die Vorstellung, dass in dem oben beschriebenen Versuch der Batteriestrom während des Contactes die Verbindung des Metalles mit dem Anion

herbeiführt, nachdem der vorangehende Extrastrom das Gefüge der Anode gelockert hat.

Beim Gebrauch des Selbstunterbrechers mit einem Daniell erhielt sich Platin in verdünnter Schwefelsäure 14 Tage lang ungelöst. Als ein zweites Element zugeschaltet wurde, bemerkte man schon nach wenigen Stunden eine gelbe Kruste auf der Anode, sie wurde bald dunkelroth und schälte sich leicht ab, löste sich auch allmählich in der Flüssigkeit auf. (In verdünnten Säuren und in Alkalien entstehen zumeist solche Krusten, in stärkeren Säuren beginnt die Lösung oft glattweg.)

Eine Aluminiumanode wurde bei gleicher Schaltung schon mit einem Daniell stark zerfressen.

Ein Daniell genügt, um zwischen grossen Aluminiumelectroden in Schwefelsäure einen dauernden Strom zu unterhalten, mit Platinelectroden braucht man zwei solche Elemente. Die Klemmenspannung der Stromquelle muss grösser sein als die electromotorische Kraft der Polarisation, wenn die Verbindung des Metalles mit dem Anion in unserem Apparat leicht zu Stande kommen soll.

7. Die Lösung der edlen Metalle gelingt auch bei einer anderen Anordnung. Ist die Zelle zwischen Hammer und Amboss des Unterbrechers geschaltet, so wird sie bei Contact kurz geschlossen; während der Oeffnung fliesst der Batteriestrom durch Zelle und Magnet hintereinander, der Oeffnungs-Extrastrom des Magnets hat den Weg durch Zelle und Batterie hintereinander. Dieser Strom hat bei der ersten Schaltung die dem Batteriestrom entgegengesetzte Richtung in der Zelle, bei der anderen haben beide die gleiche Richtung. Die Lösung findet man in allen Fällen an der Anode des Batteriestromes. Die Richtung des Extrastromes kann vielleicht auf die Ausbeute Einfluss haben. Ich kann das noch nicht sicher angeben, weil ich die meisten Versuche mit der ersten Schaltung gemacht habe.

Noch eine dritte Anordnung wurde probirt, die Zelle einfach zwischen Batterie und Magnet in Serie gestellt, so dass der Strom für alle zugleich geschlossen und geöffnet wird. Die Lösungswirkung ist dann Null oder kaum erkennbar.

Der Unterschied gegenüber der vorher angeführten (zweiten) Schaltung liegt nur darin, dass jetzt keine Gelegenheit zur Depolarisation der Zelle gegeben ist.

Man muss annehmen, dass ausser den Strömen höherer Spannung auch die Depolarisation in kurzen Zeitintervallen dazu beiträgt, electrolytische Verbindungen der schwer angreifbaren Metalle zu ermöglichen.

8. Einige andere Versuche sind noch anzuführen.

Ein kleines Ruhmkorffsches Inductorium sendet die Ströme der Secundärspule durch die Schwefelsäurezelle, durch welche dann auch ein constanter Strom geleitet wird. Ausser der Schwärzung der Platindrahtelectroden ist keine Wirkung zu merken. (Mit demselben Inductorium, dessen Hammer unmittelbar vom Kern des Magnets angezogen wird, gelingt die Lösung, wenn man Primärspule und Zelle nach dem zweiten Schema schaltet.)

Dann nahm ich ein kleines Inductorium, wie es für ärztliche Zwecke verwendet wird, und zwar eines, das Inductionsströme von sehr mässiger Spannung, aber ziemlich grosser Quantität erzeugt. Die Primärspule wird von 6 Smee-Elementen gespeist, die Secundärströme fliessen durch die Zelle. Die Wasserzersetzung zwischen Platinelectroden ist anfangs recht stark, nimmt rasch ab und verschwindet nach zehn Minuten, beginnt aber neuerdings, wenn man die Electroden ausglüht. Nach längerer Dauer des Versuches konnte man eine geringe Lösungswirkung an der schwach gelben Färbung der Schwefelsäure in einem Schenkel der Röhre erkennen. Eine merklich stärkere Wirkung tritt sofort ein, wenn man neben den Inductionsströmen constanten Strom durch die Zelle sendet.

Diese Versuche, bei denen bisher niemals so gute Erfolge erreicht wurden, wie mit dem einfachen, zuerst beschriebenen Apparat, sollen noch mit Spulen verschiedener Dimensionen fortgesetzt werden.

9. Die Arbeit ist nicht in einem physikalischen Laboratorium ausgeführt, sondern an einem von electrischen Messinstrumenten ganz freien Ort. Auch für die Darstellung der reinen Salze aus den Lösungen ist mein Arbeitsplatz nicht geeignet.

Hr. Prof. S. Zeisel hat sich in freundlichster Weise bereit erklärt, die chemische Untersuchung durchzuführen und die Lösungen zu diesem Zwecke selbst zu erzeugen. Ich sage ihm dafür herzlichen Dank.

Die Lösung von Platin in Salzsäure ist Platinchlorid; die Lösungen in  $\text{H}_2\text{SO}_4$  und  $\text{HNO}_3$  werden vermuthlich das normale Sulfat und Nitrat enthalten. Das letztere ist bekannt. Vom Sulfat (mit viel überschüssigem  $\text{H}_2\text{SO}_4$ ) haben sich im Laufe der Versuche ziemlich grosse Mengen angesammelt; ich konnte auch einige Reactionen probiren. Mit Kali- und Natronlauge fallen braune Niederschläge aus, vermuthlich Doppelsalze nach Art derjenigen, welche das Platinchlorid liefert; mit Ammoniak ein lichtgelber Niederschlag. Ein kleines Quantum des Sulfats habe ich von der überschüssigen Säure befreit; der Rückstand löst sich in viel Wasser mit brauner Farbe, Krystalle konnte ich bisher nicht erhalten. — Die Lösungen von Platin in Kali- und Natronlauge sind gelb gefärbt.

Die Lösungen von Gold in Säuren sind alle sehr lichtempfindlich. Aus dem gelben Sulfat fällt im Tageslicht rasch metallisches Gold aus. Die Lösung in Kalilauge hält sich gut und wird als Vergolderflüssigkeit brauchbar sein.

Mit anderen schwer angreifbaren Metallen habe ich noch keinen Versuch gemacht; mit Kohle nur wenige, wobei stets sehr starke Zerstäubung der harten Retortenkohle beobachtet wurde. Von anderen Electrolyten als den eingangs genannten wurden nur gelegentlich wässrige Lösungen von Kochsalz, Salmiak, Kaliumnitrat angewendet; die Verbindung des Platins mit dem Anion entsteht hier ebenso leicht wie in den Säuren, in den Lösungen bilden sich Doppelsalze.

Man darf wohl erwarten, auf die angegebene Art die Verbindung jedes Metalles mit dem Anion jedes Electrolyten herbeizuführen.

10. Den Anlass zu den Versuchen bot eine Beobachtung an dem registrirenden Wagebarometer von Sprung und Fuess. Bei diesem Apparat ist zur Verhinderung der Funken eine Zelle mit Platinelectroden parallel zu dem arbeitenden Electromagnet eingeschaltet, dessen Strom ziem-



lich oft unterbrochen wird. Vielleicht hat man auch an anderen Orten, wo solche Barographen im Gebrauch sind, bemerkt, dass eine Electrode goldgelb wird, dann langsam schwindet und dass sich zugleich die verdünnte Schwefelsäure in der Zelle gelb färbt.

Wien-Döbling, 29. April 1898.

(Eingegangen 1. Mai 1898.)

13. *Bemerkungen zu der Arbeit des Herrn Quincke<sup>1)</sup>: Die Klebrigkeit isolirender Flüssigkeiten im constanten electrischen Felde; von W. Schaufelberger.*

---

Seit den Arbeiten des Hrn. Arnò u. a. wird ziemlich allgemein anerkannt, dass die dielectricischen Medien, wenn sie einer wechselnden Polarisation unterworfen werden, die Erscheinungen der Hysteresis aufweisen, ähnlich wie die magnetischen Substanzen, und man spricht seither von dielectricischer Hysteresis.

Unter der Annahme, dass die dielectricische Polarisation um eine kleine Zeit hinter der Kraft des Feldes zurückbleibe, gelang es mir, eine experimentell nachgewiesene Vergrösserung der Dämpfung, welche dielectricische Rotationsellipsoide bei ihrer Drehung im homogenen electrischen Felde erfahren, zu erklären, sowie die Grösse der Hysteresis für die Substanzen Hartgummi und Paraffin zu ermitteln.

Die Versuche, welche demnächst veröffentlicht werden, ergaben, dass die für das Umpolarisiren nöthige Arbeit für langsame Schwingungen ( $T/2 = 2,8$  sec) einen ganz erheblichen Bruchtheil der Polarisationsenergie ausmachen, insbesondere bei nicht vollkommenen dielectricischen Medien. Diesem Resultat zufolge ist es nicht unwahrscheinlich, dass bei den Versuchen des Hrn. Quincke die dielectricische Hysteresis, wenn nicht ganz, so doch wohl zum grössten Theil die Ursache der erhöhten Dämpfungserscheinung ist.

Hr. Quincke hat Kugeln aus Crown Glas, Flintglas, Quarz und Kalkspath an einer Waage hängend zwischen die Platten eines Kondensators gebracht, die auf hohe Potentialunterschiede geladen waren. Als Dielectricum wurden Flüssigkeiten benutzt, wie Aether, Schwefelkohlenstoff, Terpentin etc. Er beobachtete, dass die Schwingungen der Waage nach der Ladung eine bedeutend stärkere Dämpfung zeigten und schloss daraus, dass

---

1) Quincke, Wied. Ann. 62. p. 1. 1897.

die betreffenden Flüssigkeiten im electrischen Felde eine erhöhte Klebrigkeit erhalten.

Bei Bewegungen der Kugeln senkrecht zu den Kraftlinien fand Hr. Quincke eine 1,5 bis 6 mal stärkere Beeinflussung als bei der Bewegung parallel zu den Kraftlinien.

Hr. Walter König<sup>1)</sup> konnte bei seinen Ausflussversuchen aus Capillarröhren keine Erhöhung der Klebrigkeit beobachten. Dieser Widerspruch kann aber gehoben werden durch eine etwas andere Deutung der Versuche des Hrn. Quincke.

Befindet sich eine dielectrische Kugel in einem ursprünglich homogenen electrischen Felde, so wird sie in der Richtung der Kraftlinien polarisirt und zwar gleichmässig durch ihr ganzes Innere als vollständige Fläche zweiten Grades. Je nachdem die Dielectricitätsconstante der Kugel grösser oder kleiner ist als die des Mediums im Felde, ladet sich die der positiv geladenen Condensatorplatte zugekehrte Halbkugel oberflächlich negativ oder auch positiv, die andere umgekehrt.

Diese Ladung verursacht nun, dass das die Kugel umgehende Feld nicht mehr homogen bleibt, sondern eine Störung erfährt, die sich dem ursprünglich homogenen Felde überlagert. Durch die Anwesenheit der Kugel hat sich also die Polarisation des das Feld erfüllenden Mediums, in unserem Fall der Flüssigkeit, geändert.

Man erkennt nun sofort, dass, sobald wir die Kugel in der Flüssigkeit eine periodische Bewegung ausführen lassen, die einzelnen Massenelemente der die Kugel umgebenden Flüssigkeit periodische Schwankungen in ihrer Polarisation erfahren. Da aber bei diesem Umpolarisiren Energie verzehrt wird, so müssen nothwendig electrische Kräfte auftreten, die einerseits die Kugel an ihrer Bewegung hindern und die andererseits die Flüssigkeit in Bewegung versetzen.

Ganz in gleicher Weise ergiebt sich eine dämpfende Wirkung, wenn man die Flüssigkeiten nicht als vollkommene Isolatoren auffasst. Alsdann treten in der Flüssigkeit electrische Ströme auf, die einen gewissen Energieverbrauch zur Folge haben, der sich als Dämpfung des Systems bemerkbar macht.

Nur wenn es sich um recht vollkommene feste Isolatoren

1) W. König, Wied. Ann. 25. p. 624. 1885.

handeln würde, wie Paraffin, Colophonium, Schwefel etc., so wäre wohl electriche Leitung ausgeschlossen. Wenn ich auch im weiteren nur die dielectriche Polarisirung berücksichtige, so soll doch die electriche Leitung als Dämpfungsursache nicht ausgeschlossen sein.

Hr. Quincke selbst macht auf diese Thatsache aufmerksam, indem er sagt: „Bei dem Einbringen der festen Kugeln in die Flüssigkeit des electriche Feldes wird die electriche Feldstärke geändert, bei Kugeln aus verschiedenen Substanzen in verschiedener Weise, sieht man aber von diesen Aenderungen ab, so sollten Kugeln gleicher Grösse aus verschiedenen Substanzen in derselben Flüssigkeit bei gleichen Abständen und gleicher Potentialdifferenz der Condensatorplatten dieselbe Dämpfung zeigen.“ Nun ergaben meine Versuche mit einem bifilar aufgehängten Rotationsellipsoid aus Hartgummi im electriche Feld eine Dämpfung, deren logarithmisches Decrement  $\lambda - \lambda_0 = 0,120$  betrug. Hierbei war die Rotationsaxe senkrecht zu den Kraftlinien, die Feldstärke 1,36 C.G.S., die halbe Schwingungsdauer 2,76 sec, das Trägheitsmoment des ganzen Systems 42,4 C.G.S.-Einheiten und die Halbaxen des Ellipsoides  $a = 1,5$  cm,  $b = 1,5$  cm,  $c = 4$  cm. Somit war die dämpfende Wirkung des electriche Feldes auf schwingende feste Isolatoren von derselben Grössenordnung, wie sie Hr. Quincke für Flüssigkeiten beobachtet hat. Es lag deshalb nahe, die Dämpfung bei isolirenden Flüssigkeiten ebenfalls auf Hysteresis zurück zu führen.

Dass die Dämpfung ganz oder zum grössten Theil vom Felde, welches die Kugel erzeugt, bedingt ist, ergibt sich aus folgender Ueberlegung: Das Kraftfeld ist abhängig von der Grösse  $D_k - D_f$ , wo  $D_k$  und  $D_f$  die dielectriche Constanten der Kugelsubstanz und der Flüssigkeit sind. Wenn nun die Wirkung dieses Feldes von Einfluss ist auf die Dämpfung, so muss sich die Grösse von  $D_k - D_f$  auch in der Dämpfung  $\lambda - \lambda_0$  bemerkbar machen. Ein solcher Zusammenhang lässt sich aber einigermaassen in der untenstehenden Tabelle erkennen.

Hr. Quincke giebt in seiner Arbeit die Werthe der dielectriche Constanten seiner Flüssigkeiten an, nicht aber diejenigen der Kugelsubstanzen. Ich bin deshalb genöthigt,

die für die betreffenden Substanzen üblichsten Werthe einzuführen, statt der an den Kugeln selbst bestimmten Grössen. Hr. G. Wiedemann giebt im zweiten Band seiner „Lehre von der Electricität“ für

Crownglas (3,108)	$D_k = 3,11$	} p. 35
Flintglas (3,054—3,013)	$D_k = 3,03$	
Quarz	$D_k = 4,6$	} p. 44
Kalkspath; $\perp$ zur Axe 7,7	$D_k = 7,6$	
zur Axe 7,5		

Die Potentialdifferenz, bis zu welcher der Condensator geladen war, betrug 2000 V. der Plattenabstand 1,5 cm. Die Einführung der oben stehenden Constanten zeigt nun, dass im allgemeinen bei derselben Flüssigkeit einem grösseren Unterschied in den Dielectricitätsconstanten auch eine grössere Dämpfung entspricht. Allerdings kommen auch Ausnahmen vor, diese sind durch Klammern hervorgehoben.

Flüssigkeit des electrischen Feldes $\rightarrow$	Aether		Schwefel- kohlenstoff		IV. Schwefel- kohlenstoff 1 V. Terpen- tinöl		Benzol		Schwefel- kohlenstoff <sup>1)</sup> u. Terpentintöl (dickflüssig)	
Kugelsubst. $\downarrow$	$\lambda - \lambda_0$	$D_k - D_f$	$\lambda - \lambda_0$	$D_k - D_f$	$\lambda - \lambda_0$	$D_k - D_f$	$\lambda - \lambda_0$	$D_k - D_f$	$\lambda - \lambda_0$	$D_k - D_f$
Crownglas	0,0398	1,21	0,0338	0,49	0,0231	0,61	0,0187	0,74	0,0998	0,80
Flintglas	0,0458	1,29	0,0206	0,41	(0,0248	0,53)	(0,0298	0,66)	0,0915	0,72
Quarz	0,0366	0,8	0,0388	2,0	0,0251	2,1	0,0245	2,2	—	—
Kalkspath	0,0538	8,3	(0,0304	5,0)	0,0291	5,1	(0,0152	5,2)	—	—

Die Abweichungen von der Regel rühren wohl davon her, dass, wie Hr. Quincke selbst bemerkt, „die Messungen mit verschiedenen Kugeln nicht genau vergleichbar sind, da die Kugeln mit den Laufgewichten der Mohr'schen Waage äquilibrirt wurden, also Gestalt und Trägheitsmoment des schwingenden Systems bei den einzelnen Messungen etwas verschieden war“.

1) Für das zweite Gemisch von Schwefelkohlenstoff und Terpentintöl habe ich die dielectriche Constante von Terpentintöl angenommen, weil das Terpentintöl überwiegend im Gemisch vertreten war, übrigens liegen beide Grössen nahe beisammen.

Die Tabelle zeigt keineswegs Proportionalität zwischen den Grössen  $D_k - D_f$  und  $\lambda - \lambda_0$ . Das mag einerseits davon herrühren, dass, wie der Verfasser bemerkt, die von ihm früher untersuchte Rotation der Kugeln um die Axe der Aufhängung<sup>1)</sup> störend auf die Genauigkeit der Resultate einwirkte; oder aber davon, dass theilweise ein Umpolarisiren, theilweise auch eine Bewegung der Flüssigkeit verursacht wird, wobei das Verhältniss, nach welchem beide Erscheinungen auftreten, sehr wohl von der Stärke des überlagerten Feldes abhängen kann.

Wenn die Kugeln sich senkrecht zu den Kraftlinien bewegten, waren die Condensatorplatten quadratisch, hatten 5 cm Kantenlänge und befanden sich im Abstand von 1,5 cm; wenn die Bewegung parallel den Kraftlinien stattfand, hatten die Platten Kreisform und 3,5 cm Durchmesser, der Abstand betrug 3 cm.

Bei diesen letztgenannten Versuchen ergab sich wie früher für einen grösseren Werth von  $D_k - D_f$  in der Regel auch ein grösserer Werth von  $\lambda - \lambda_0$ , wie folgende Tabelle zeigt.

Flüssigkeit →	Aether		Schwefelkohlenstoff		Benzol	
Kugelsubstanz ↓	$\lambda - \lambda_0$	$D_k - D_f$	$\lambda - \lambda_0$	$D_k - D_f$	$\lambda - \lambda_0$	$D_k - D_f$
Crownglas	0,0127	1,21	0,0118	0,49	0,0028	0,74
Flintglas	(0,0063	1,29)	0,0112	0,41	0,0014	0,66

Es ist klar, dass die Störung des homogenen electrischen Feldes, die durch die Anwesenheit der Kugel auftritt, bei den vorliegenden Dimensionen und Abständen der Platten sich weiter als nur bis zu diesen letzteren bemerkbar machen würde, wenn das ursprünglich homogene Feld beliebig ausgedehnt gewesen wäre. Mit Rücksicht darauf, dass das Feld sich nicht vollständig ausbilden konnte, ist für Verschiebungen nach verschiedenen Richtungen auch eine verschiedene Dämpfung zu erwarten; ebenso aber auch aus dem Grunde, dass für verschieden gerichtete Verschiebungen der Kugel dasselbe Flüssigkeitselement verschiedene Polarisationschwankungen erfährt.

Die Beobachtungen des Hrn. Quincke, dass Kugeln aus

1) W. Quincke, Wied. Ann. 59. p. 418. 1896.

isolirenden Substanzen, die in isolirenden Flüssigkeiten zwischen Condensatorplatten parallel und senkrecht zu den Kraftlinien schwingen, bei geladenem Condensator eine stärkere Dämpfung erfahren, als bei ungeladenem, deuten darauf hin, dass die betreffenden Flüssigkeiten (Aether, Schwefelkohlenstoff, Terpenöl und Benzol) im wechselnden Felde entweder dielectricische Hysteresis, oder aber ein kleines electricisches Leitungsvermögen, eventuell beides besitzen.

*Nachtrag.* Es hat schon Heydweiller<sup>1)</sup> seinerzeit bemerkt, dass bei Annahme einer geringen Leitfähigkeit die von Hrn. Quincke in seiner ersten Arbeit über Rotation im electricischen Felde beschriebenen Erscheinungen auf Grund der Untersuchungen von Hertz<sup>2)</sup>, erklärt werden können. Nach Schweidler<sup>3)</sup> stimmen die hiernach berechneten Rotationen nicht nur dem Sinne, sondern in günstigen Fällen auch der Ordnung nach mit den von Quincke beobachteten überein. In dem mir zur Zeit allein zur Verfügung stehenden Referat fehlen mir jedoch die Grundlagen zur Beurtheilung wie weit sich diese numerische Uebereinstimmung erstreckt. Dass in jenen Fällen die Hysteresis nicht zur Erklärung, herbeigezogen werden könne, weil diese nur Arbeit vernichte, hat Boltzmann<sup>4)</sup> bereits bemerkt.

In dem vorliegenden Fall der Dämpfung, erscheint der Einfluss der Hysteresis nicht nur principiell, sondern auch der Grössenordnung nach mitwirkend.

Zürich, Allgem. Uebungslabor. des eidg. physikal. Inst.,  
den 22. April 1898.

1) Heydweiller, Verhandl. d. physik. Gesellsch. zu Berlin 16. p. 32—36.

2) H. Hertz, Wied. Ann. 13. p. 266. 1881.

3) Schweidler, Sitzungsber. d. k. Gesellsch. d. Wissensch. zu Wien 106. p. 526—532.

4) Boltzmann, Wied. Ann. 60. p. 399. 1897.

(Eingegangen 24. April 1898.)



#### 14. *Erwiderung*<sup>1)</sup>; von C. Stumpf und M. Meyer.

Hr. Anton Appunn versucht unsere Ergebnisse in Hinsicht der Abstimmung seiner Gabeln und Pfeifen für höchste Töne als irrig zu erweisen. Er giebt hierbei unsere Resultate nicht richtig wieder, indem er es sehr merkwürdig nennt, dass nach uns seine Gabeln und Pfeifchen bis zu 8000 Schwingungen richtig wären, von da aber kaum über 8000 hinaus gingen, während sie doch immer kleiner würden. Wir haben aber die Pfeifchen thatsächlich *nicht* bis zu 8000, sondern nur bis zu 4000 Schwingungen richtig gefunden (p. 772 unserer Abhandlung), und andererseits gingen sie *nicht* „kaum über 8000 hinaus“, sondern bis etwa 11 000, die Gabeln bis etwa 14 000 (p. 775 mit p. 767). Dabei können sie also recht wohl immer kleiner werden.

Gegen unsere Methode, die fortschreitende Erhöhung durch die Differenztöne zu bestimmen, hat Hr. Appunn ein einziges Bedenken: das Pfeifgeräusch könne leicht für den Grundton gehalten werden und verhindere zugleich die Beobachtung von Differenztönen. Wir dürfen dagegen einfach auf die eingehende Beschreibung unserer Versuche verweisen, speciell auf die Vorsichtsmaassregeln mit denen wir uns gegen alle Täuschungsquellen solcher Art versicherten.

Die eigene Methode Appunn's besteht, wie er jetzt mittheilt, in der Berechnung der Tonhöhe aus der Pfeifenlänge und in der Bestimmung direct nach dem Gehör, mit Unterstützung des Claviers. Er behauptet auf dem letzteren Wege für jede beliebige Tonhöhe, also auch in den höchsten Ton-

1) Vgl. C. Stumpf und M. Meyer, Wied. Ann. 61. p. 760 ff. 1897; A. Appunn, l. c. 64. p. 409 ff. 1898.

regionen, unfehlbar sagen zu können, ob es sich um ein c, d, e etc. handelt; die Octavenlage dagegen, ob 6-, 7-, 8-gestrichene Octave, müsse durch die Pfeifenlänge ermittelt werden.

In letzterer Hinsicht setzt er voraus, dass die Octave (bei entsprechendem Wind) genau durch die halbe Pfeifenlänge gegeben sei, und hält dies für so sicher wie  $2 \times 2 = 4$ , auch bei Pfeifen, deren Querschnitt grösser ist als ihre Länge. So nämlich verhält es sich bei seinen höchsten Pfeifen: während ihr lichter Durchmesser überall unveränderlich 5 mm beträgt, nimmt ihre Länge bis zu 1,28 mm ab (vgl. seine Tabelle). Wir müssen darauf hinweisen, dass der Satz des Hrn. Appunn, nur für Pfeifen gilt, deren Querschnitt und Anblaseöffnung gegen ihre Länge verschwindet, nicht aber für sogenannte kubische Pfeifen.

Will man hier überhaupt noch mit Berechnung vorgehen, so könnte nur die von Helmholtz entwickelte Formel in Anwendung kommen, über welche Hr. Appunn das Nöthigste in der „Lehre von den Tonempfindungen“, Beilage II, finden kann. Da er uns im November letzten Jahres die 6 Pfeifchen übersandte, auf die sich seine Tabelle (p. 413) bezieht, und dazu schrieb, dass er nach der Berechnung „auf diese Pfeifchen schwöre“, so haben wir sie auch gemessen und hiernach mit der Helmholtz'schen Formel folgende Tabelle erhalten:

Tabelle für 6 Appunn'sche Pfeifchen.

Volumen mm	Oeffnung mm	Angegebene Tonhöhe	Berechnete Tonhöhe
540	5	2 500	3410
270	3	5 000	4500
150	$3\frac{1}{2}$	10 000	6280
90	3	20 000	7770
60	3	40 000	9520
50	$2\frac{1}{2}$	50 000	9960

Man sieht hieraus, dass auch die Berechnung nicht bis zu 50000, sondern nur etwa bis 10000 Schwingungen führt. Gleichwohl kann man auch auf diese Berechnung nicht bauen,

weil die Formel voraussetzt, dass die Oeffnung sehr eng sei gegenüber den übrigen Dimensionen; was hier nicht der Fall ist. Daher wird man eben auf diesem Wege vorläufig nicht zum Ziele kommen.

Was nun die Anwendung des blossen Gehörs betrifft (bei welcher man das Pfeifgeräusch doch *auch* nicht mit dem Pfeifenton verwechseln darf), so wollen wir über Appunn's musikalisches Gehör nicht streiten. Jedenfalls ist es aber leichter und sicherer, *tiefer* Töne zu bestimmen, für die man dann zugleich die Schwebungen mit nahe unisonen objectiven Klangquellen als Controle hat: nämlich die Differenzttöne. Damit sind wir bei unserer Methode angelangt. Uebrigens hat M. Meyer (Stumpf war verhindert) die damals übersandten sechs Pfeifchen auch noch direct durch das Gehör bestimmt. Man erkennt bei genügender Uebung in der That nicht bloss, dass sie successive höher werden, sondern auch in welchen Intervallen sie untereinander stehen. Es ergaben sich unter Anwendung eines Winddruckes, wie er jedesmal den besten Ton gab, folgende Tonhöhen: 2500, 3750, 6000, 7500, . . . , 9000. (Bei der fünften Pfeife war der Einsatz auf dem Transport herausgefallen.) Die erste stimmt, wie man sieht, mit Appunn's Angabe, die folgenden bleiben weit dahinter zurück, und das Ergebniss ist wiederum das nämliche.

Wir würden aber nicht wagen, solche Angaben eines wie auch immer geübten Beobachters in einer strittigen Sache mit dem Anspruch auf unbedingte Glaubwürdigkeit hinzustellen, solange sie nicht entweder durch andere ebenso Geübte bestätigt oder wenigstens durch eine Mannichfaltigkeit von Versuchsvariationen erhärtet sind. Beides ist geschehen bei unseren Differenztonbeobachtungen: wir haben uns gegenseitig controlirt und wir haben jede Beobachtung durch Verschiebungen des tieferen Primärtons, durch Vergleichen mit anderen bereits festgestellten Tönen etc. verfestet und verknotet und uns nicht beruhigt, bevor nicht alle diese Proben untereinander stimmten. Bezüglich der Gabelserien können wir nunmehr auch noch auf Melde's Untersuchung der neuesten Serie verweisen<sup>1)</sup>, wonach sich wiederum Differenzen bis zu fast

1) Melde, Pflüger's Archiv f. d. ges. Physiologie 71. p. 441. 1898.

40 000 Schwingungen gegenüber Appunn's Angaben herausstellen. Auf Pfeifen sind Melde's objective Methoden nicht anwendbar. Aber wir wiederholen, dass hier jeder ohne zu grosse Schwierigkeit, auch ohne Anwendung comprimierter Luft, unsere Versuche wenigstens insoweit nachmachen kann, als es nöthig ist, um sich ein annäherndes Bild von der Sachlage zu verschaffen.<sup>1)</sup>

1) Nach erfolgter Replik und Duplik glaubt die Redaction auf eine Fortsetzung dieser Polemik verzichten zu dürfen.

(Eingegangen 4. März 1898.)

15. *Erwiderung gegen Ant. Appunn's Abhandlung:  
„Ueber Schwingungszahlenbestimmungen bei sehr  
hohen Tönen“; von F. Melde.*

Obwohl ich mit einer dritten grösseren Arbeit über die Bestimmung der Schwingungszahlen hoher Töne beschäftigt bin, in deren Darstellung demnächst noch weitere ausführliche Beweise geliefert werden sollen, halte ich es doch für nothwendig, schon jetzt auf die von Hrn. Ant. Appunn in diesen Annalen<sup>1)</sup> veröffentlichten Anschauungen meinerseits zu antworten.<sup>2)</sup>

Ich bin der Erste gewesen, welcher die völlige Unbrauchbarkeit der sog. Appunn'schen „Stimmgabelapparate“, wie sie insbesondere von Appunn sen. seiner Zeit geliefert wurden und bei der Bestimmung von der oberen Hörgrenze vielfach von Physikern und Physiologen benutzt wurden, nachgewiesen hat. Zwei von mir erfundene und ausgebildete neue Methoden: die „objective Schreibmethode“ und die „objective Resonanzmethode“ haben den Beweis für die Richtigkeit meiner Behauptungen Hrn. Appunn gegenüber dargethan. Auch wenn ich allein geblieben wäre, war durch meine Untersuchungen die Sache abgethan und dies um so vollständiger, als meine beiden Methoden, voneinander durchaus verschieden, doch in erfreulichster Weise zu denselben Resultaten geführt haben. Meine beiden Arbeiten über den betreffenden Gegenstand gingen bei der Redaction dieser Annalen im December 1893 und Februar 1894 ein. Nun erfolgte im Mai 1897 eine Arbeit der beiden Herren Stumpf und Meyer, die sich insbesondere die Aufgabe gestellt hatten, die „Differenzton-Methode“ als brauchbar zu

1) Appunn, Wied Ann. 64 p. 409—416. 1898.

2) Die Antwort von Hrn. C. Stumpf und M. Meyer ist in demselben Heft erschienen.

erweisen, was auch bis zu bestimmten Grenzen hin völlig gelungen ist. Sie haben diese Methode auch auf Appunn'sche Stimmgabeln angewandt und sind bezüglich der überaus grossen Fehler solcher Gabeln *mit mir zu demselben Resultat gelangt*. Bezüglich der Appunn'schen „Pfeifchen“ haben sie durch die Differenztonmethode ferner solche Fehler in den Tonhöhenangaben Appunn's nachgewiesen, dass sich auch die völlige Unbrauchbarkeit dieser Pfeifchen ergab, wenigstens dann, wenn man sie ohne Controle verwendet. Bezüglich der Stimmgabeln haben demnach *drei gänzlich verschiedene Methoden zu demselben Resultat geführt*.

Hr. Appunn hat sich diesen drei gründlichen Arbeiten gegenüber einfach ablehnend verhalten. Ich habe, ihm persönlich nahe stehend, ihn eingeladen, einmal nach Marburg zu kommen, um sich meine Experimente anzusehen. Aber Hr. Appunn hat sich darauf nicht eingelassen, indem er einfach behauptet, sein Gehör sei ein so phänomenales, dass er bis zu 50 000 Schwingungen höre und auch diese Schwingungsmenge, z. B. von 40 000 oder 40 500, als unterschieden nachweisen könne. Bezüglich der Gabeln muss ich hier noch eine Sache berühren, die mich persönlich angeht. Herr Appunn rügt, dass ich die Stimmgabeln oben belaste und dass dadurch grosse Fehler der Tonhöhenbestimmungen eintreten könnten. Ich habe in meinen beiden bis jetzt veröffentlichten Abhandlungen genau angegeben, wie eine solche Zinkenbelastung wirkt. Ihr Einfluss ist natürlich vorhanden, aber im Vergleich zur Zahl der Schwingungen, die zu bestimmen ist, ein sehr *minimaler*. Man lese also die betreffenden Stellen in meinen Abhandlungen nach. Der Violinbogen allein führt eben nicht überall zum Ziel und wenn man nicht andere Mittel zur Tonerregung, wie z. B. die Antolik'schen Glasstäbe, die Chladni'schen Streichstäbchen, die Erregung durch den electrischen Strom etc. kennen gelernt hätte, würden in der experimentellen Akustik sehr bedeutende Lücken vorhanden sein. Kleine Nachtheile muss man also bei der winzigen Belastung von Stimmgabeln, Scheiben, Glocken etc. mit in den Kauf nehmen, zumal diese namentlich in den Fällen, um welche es sich hier handelt, viel geringer sind als wie die Fehler, welche in der Tonhöhenbestimmung an und für sich liegen.

Die Autorität Preyer's, welche Hr. Appunn für sich in Anspruch nehmen will, ist im vorliegenden Fall nicht maassgebend, weil Preyer, wie bekannt, einen nicht unbeträchtlichen Theil seiner Tonstudien gerade mit Appunn'schen Gabeln gemacht hat und jetzt leider durch den Tod der Wissenschaft entrissen ist.<sup>1)</sup>

Marburg, im Februar 1898.

1) Vgl. auch die Note zur vorhergehenden Abhandlung.

(Eingegangen 29. Februar 1898.)



16. *Zur absoluten Temperatur; von K. Schreiber.*

Hr. F. Auerbach hat meine Arbeit: „Die absolute Temperatur“<sup>1)</sup> einer Besprechung unterworfen<sup>2)</sup>, und ich danke ihm hiermit sowohl für die namentlich im Schlusssatz liegende Anerkennung meiner Entwicklungen, wie auch für die Gelegenheit, die er mir somit verschafft, die Einwände, welche von den Anhängern der arithmetischen Scala der geometrischen gemacht werden, zurückzuweisen. (Ich will zunächst noch die von Hr. Auerbach angewandten Bezeichnungen: geometrische und arithmetische absolute Scala für die beiden von Lord Kelvin vorgeschlagenen Temperaturscalen benutzen, mit denselben, noch einmal in Erinnerung gerufenen Bedeutung, dass die erste, in Vergessenheit gerathene und von mir wieder aufgenommene Scala als geometrische, die zweite, bisher ausschliesslich benutzte, als arithmetische Scala bezeichnet werden soll.)

1. Zuerst muss ich jedoch die von Hrn. Auerbach vorgeschlagene Gradtheilung kurz besprechen.

Wie mir aus seiner Darstellung hervorzugehen scheint, beabsichtigt Hr. Auerbach nicht, eine Temperaturscala dadurch zu definiren, dass er die specifische Wärme des Wassers als constant ansieht. Dieser Vorschlag ist ja schon vor 100 Jahren von Deluc<sup>3)</sup> gemacht und auch schon u. a. von Maxwell<sup>4)</sup> zurückgewiesen. Ich glaube vielmehr, Hr. Auerbach beabsichtigt das Arbeitsäquivalent der Wärmeeinheit gleich 1 zu machen. Dass man diese Absicht auch auf einfacherem Wege erreichen kann, lehren die praktischen Einheiten der Electricitätslehre: Volt, Coulomb etc. Diesen liegt nicht das Gramm zu Grunde, sondern als Masseneinheit ist bei ihrer Definition gewählt  $1 \cdot 10^{-11}$  g.

1) K. Schreiber, Wied. Ann. 64. p. 163. 1898, bez. Mittheilungen aus dem Naturwissenschaftl. Verein für Neuvorpommern und Rügen 27. p. 45. 1897.

2) F. Auerbach, Wied. Ann. 64. p. 754. 1898.

3) Gerland, Das Thermometer; Virchow u. v. Holzendorff, Sammlung 20. p. 24 (492). 1885.

4) Maxwell, Theorie der Wärme, deutsch v. Neesen, p. 185. 1878.

Definiren wir also als Wärmeeinheit  $K$  diejenige Wärmeenergie, welche einem Gramm Wasser zugeführt werden muss, wenn es von seinem Gefrierpunkt bis zu seinem Siedepunkt erwärmt wird, — eine Calorie, welche von der Gradeinheit ganz unabhängig ist und auch schon vielfach, z. B. in der Thermochemie, benutzt wird — so ist das Arbeitsäquivalent derselben  $42 \cdot 10^{-8}$ . Definiren wir dagegen als Wärmeeinheit diejenige Wärmeenergie, welche  $1/42 \cdot 10^8$  g Wasser bei derselben Temperaturänderung aufnimmt, so hat das Arbeitsäquivalent der Wärmeeinheit den von Hrn. Auerbach gewünschten Wert 1.

Die Frage nach dem Arbeitsäquivalent berührt also gar nicht die Frage nach der Temperaturscala.

2. Das Charakteristische der geometrischen Temperaturscala ist, dass sie nur Temperaturdifferenzen liefert. Hr. Auerbach meint nun, dass man reine Temperaturzahlen brauche und wird darin bestärkt durch eine Flüchtigkeit in der Darstellung, welche ich mir habe zu Schulden kommen lassen.

In der von mir zum Vergleich der Zahlen der verschiedenen Scalen aufgestellten Tabelle habe ich die Ueberschriften der Columnen, in denen die der Dalton'schen und der geometrischen absoluten Scala zukommenden Zahlen stehen, durch einen einzigen Buchstaben bezeichnet, während sie ausführlicher hätten lauten sollen:  $t_a - t_s$  bez.  $\vartheta - \vartheta_s$ , wo  $t_s$  bez.  $\vartheta_s$  die Temperatur des Schmelzpunktes des Eises nach der betreffenden Scala ist.

Ich habe als Anfangspunkt der Zählung diesen gewählt „zum bequemeren Vergleich mit der Galilei'schen und der arithmetischen Scala“. <sup>1)</sup>

Die Zahlen der beiden Reihen geben also nur die Differenz der Temperatur der angeführten Punkte und der des schmelzenden Eises und zur Definition dieser Differenz braucht nur die Gradgrösse, nicht aber ein Nullpunkt bestimmt zu sein.

Dass man überhaupt keine reinen Temperaturzahlen braucht, geht daraus hervor, dass sich, wie ich gezeigt habe, eine ganze Reihe von Formeln, welche nach der arithmetischen Scala eine reine Zahl enthalten, mit Hülfe der geometrischen Scala einfacher darstellen lassen. Ich erinnere zunächst an die

1) l. c. p. 180. bez. p. 74.

Differentialgleichung der Spannkraftcurve. Diese heisst in der geometrischen Scala:

$$\frac{1}{\alpha} \cdot \frac{dp}{dt} = \frac{q}{u} 1),$$

in der arithmetischen dagegen:

$$\frac{dp}{dt} = \frac{q}{T. u.}$$

Da  $\alpha$  eine absolute Constante ist, so ist die erstere Formel sicherlich einfacher. Eine allgemeine Festsetzung des Nullpunktes wird von ihr nicht verlangt.

Noch auffälliger erkennt man die Ueberflüssigkeit eines allgemein festgelegten Nullpunktes an den Formeln für die Gefrier- und Siedepunktänderungen verdünnter Lösungen. Dieselben sind bekanntlich nach der arithmetischen Scala, wenn

$R$  die Constante der Boyle-Gay Lussac'schen Zustandsgleichung der vollkommenen Gase,

$T$  der Gefrier- bez. Siedepunkt des reinen Lösungsmittels nach der arithmetischen Scala,

$q$  die latente Schmelz- bez. Verdampfungswärme,

$n$  die Zahl der gelösten und

$\nu$  die Zahl der lösenden Molecüle ist,

$$\Delta T = \frac{n}{\nu} \frac{R T^2}{q}.$$

Es kommt also das Quadrat einer Temperaturzahl vor. In der geometrischen Scala heisst die Formel

$$\alpha \Delta \vartheta = \frac{n}{\nu} \frac{B}{q}.$$

$B$  ist die Volumenenergie eines Molecüles eines vollkommenen Gases beim Gefrier- bez. Siedepunkt des Lösungsmittels.

Es kommt also auch in dieser Formel keine reine Temperaturzahl vor, sondern nur eine Differenz, und zwar im Gegensatz zu der zuerst angeführten Formel eine endliche Differenz und kein Differential.

1) Es hat sich gezeigt, dass in sämtlichen Formeln die Temperaturdifferenz mit der Constanten  $\alpha$  multiplicirt vorkommt; mit anderen Worten, dass es gleichgültig ist für die Rechnung, ob man die direct definirten Grade oder Mikrograde benutzt. Ich schreibe deshalb die Formel jetzt gleich so, dass  $\alpha$  neben der Temperaturdifferenz steht.

Man braucht somit keine reinen Temperaturzahlen; ja diese können sogar gelegentlich schädlich wirken: Hr. Pf. Lummer beginnt seine Darstellung: über die Strahlung des absolut schwarzen Körpers und seine Verwirklichung <sup>1)</sup> mit dem Nachweis, dass es „lediglich die *Temperaturdifferenz* (von Lummer selbst hervorgehoben) zwischen dem entfernten Körper und uns, bez. dem bestrahlten Körper ist, welche eventuell den Nachweis von der Existenz des ersteren ermöglicht.“ Hier widerspricht also die arithmetische Scala direct den Thatsachen, denn diese führt zu dem bekannten Stefan'schen Strahlungsgesetz, nach welchem die Strahlung der vierten Potenz der arithmetischen Temperatur des strahlenden Körpers proportional ist. Ich hoffe in nicht allzu langer Zeit eine Darstellung der Strahlungsgesetze nach der geometrischen Scala vorlegen zu können.

Hr. Auerbach findet nun beim Vergleich der geometrischen und der arithmetischen Scala, „dass jene zur Erlangung eines Nullpunktes, diese zur Erlangung einer absoluten Gradgrösse, beide also zur Erlangung wirklicher Temperaturzahlen eine specielle Wahl treffen müssen.“ Da nun, wie ich soeben nochmals gezeigt habe, ein allgemein festgelegter Nullpunkt bez. reine Temperaturzahlen nicht nöthig sind, um die Gesetze der Wärmelehre darzustellen, so fallen die Folgerungen, welche Hr. Auerbach aus diesem Satze zieht, und es bleibt nur die geometrische Scala als eine wirklich absolute, d. h. von irgend welcher Substanz unabhängige Scala übrig.

Ich werde deshalb auch die von mir ursprünglich benutzten Bezeichnungen wieder aufnehmen, nämlich die von Hrn. Auerbach als geometrisch absolut unterschiedene Scala die absolute schlechweg, und die von ihm als arithmetisch absolute bezeichnete die thermodynamische Scala nennen.

3. Hr. Auerbach hat auf die *elementare* Entwicklung der thermodynamischen Scala bei Maxwell <sup>2)</sup> hingewiesen. Da diese Entwicklung vielfach benutzt zu werden scheint, so möchte ich sie einmal etwas schärfer mathematisch fassen.

Maxwell gelangt zu dem Satze: In einer umkehrbaren Maschine verhält sich die aufgenommene Wärme  $Q_1$  zur ab-

1) Lummer, Naturw. Rundschau 11. p. 65 1896.

2) Maxwell, Theorie der Wärme, deutsch von Neesen, p. 182. 1873.

gegebenen  $Q_2$  wie die thermodynamische Temperatur  $T_1$  der Wärmequelle zur thermodynamischen Temperatur  $T_2$  des Kühlers,

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{T_1}{T_2},$$

indem er von einem Kreisprocess ausgeht, bei welchem die Temperatur  $T_2$  des Kühlers so gewählt wird, dass die geleistete Arbeit, deren Betrag nach dem Satz von der Erhaltung der Energie  $Q_1 - Q_2$  ist, gleich der von der Maschine aufgenommenen Wärme  $Q_1$  ist. Da es dann „nicht möglich ist, dass irgend ein Körper eine niedrigere als die durch  $T_2$  bezeichnete Temperatur besitzt“, so nimmt Maxwell diese Temperatur  $T_2$  als Nullpunkt. Wenn man aber die bei diesem Kreisprocess benutzten Werthe in jene für sämtliche Kreisprocesse gültige Formel einsetzt, erhält man:

$$\frac{Q_1 - Q_2}{Q_2} = \frac{T}{0},$$

d. h. der Process, mit dessen Hülfe Maxwell „allein aus thermodynamischen Grundsätzen unabhängig von den Eigenschaften irgend welcher ausgewählten Substanz“ den Nullpunkt der thermodynamischen Scala zu definiren sucht, operirt mit unendlichen Grössen. Die darin liegende Unbestimmtheit wird noch deutlicher, wenn man die aus der Bedingung  $Q_1 - Q_2 = Q_1$  zu ziehende Folgerung  $Q_2 = 0$  in die Formel einsetzt. Dann findet man

$$\frac{Q_1}{T_1} = \frac{0}{0}.$$

Nach der absoluten Scala würde man selbst in *elementarer* Darstellung nicht vermeiden können, klar und deutlich auszusprechen, dass man in dem von Maxwell ersonnenen Processe mit unendlichen Grössen operirt, und dass diesem somit jegliche Beweiskraft fehlt.

4. Hr. Auerbach schreibt die Beziehung zwischen der absoluten Temperatur und der thermodynamischen, wenn die erstere vom Schmelzpunkt  $\vartheta$  des Eises an gezählt wird:

$$(\vartheta - \vartheta_0) \log 2 = \log(t + 273) - \log 273,$$

wo  $t$  nach Celsiusgraden gezählt sein soll.

Hierin liegt eine Ungenauigkeit, welche durch die Definition der thermodynamischen Scala verschuldet ist.

Wie ich eben gezeigt habe, ist die Maxwell'sche Darstellung des Nullpunktes der thermodynamischen Scala unbestimmt. Man muss sich also mit der Darstellung dieser Scala begnügen, wie sie Lord Kelvin<sup>1)</sup> selbst giebt. Dieser definirt das Verhältniss zweier Temperaturzahlen durch die Gleichung

$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{Q_1}{Q_2}.$$

Um von diesem Verhältniss zu Zahlen selbst zu gelangen, hat er zwei Wege angegeben. Der von ihm als der „vorzuziehende“ angesehene Weg ist jetzt wegen der noch fehlenden experimentellen Sicherheit noch nicht durchzuführen. Man muss sich inzwischen damit begnügen, die Differenz zwischen Gefrier- und Siedepunkt des Wassers gleich 100° zu setzen und durch Experimente feststellen zu suchen, welche Temperaturzahl unter dieser Bedingung dem Schmelzpunkt des Eises zukommt. Hieraus folgt aber, dass die Temperaturzahl des Schmelzpunktes des Eises nach der thermodynamischen Scala von der Genauigkeit des Experimentes abhängt und mit fortschreitender Verfeinerung der experimentellen Hilfsmittel immer schärfer und schärfer festgestellt werden wird. Mit anderen Worten: die Gradeinheit der thermodynamischen Scala ist von der Feinheit des Experimentes abhängig.

Lord Kelvin giebt als wahrscheinlichen Werth des Schmelzpunktes des Eises 273,7, Hr. Auerbach einfach 273. Es wird also das  $t$  der obigen Gleichung verschiedene Werthe bekommen, je nachdem man den abgekürzten Werth des Hrn. Auerbach oder einen genaueren einsetzt.

Jedenfalls kein Vortheil der thermodynamischen Scala.

5. Eigenthümlich berührt hat mich ein Satz des Hrn. Auerbach, den ich mir ausführlich zu wiederholen erlaube, weil er eine Anerkennung der absoluten Scala enthält, welche Hr. Auerbach gern möglichst abschwächen möchte.

„Die geometrische Scala in der Schreber'schen oder Dalton'schen Form hat etwas Verführerisches gegenüber der arithmetischen oder Galilei'schen: sie besagt, dass sich für eine bestimmte Temperaturänderung eine gewisse Eigenschaft (Volumen, Spannung etc.) um den und den Bruchtheil ihres

1) Joule u. Thomson, Phil. Trans. London, 144. p. 350. 1854.

augenblicklichen Werthes ändere, und es wird kaum jemand zu allen Zeiten von dem Gefühl frei gewesen sein, dass eine solche Vorstellung mehr befriedige. Aber begründet ist sie durch nichts, und es muss geradezu als ein Vorzug der arithmetischen Scala bezeichnet werden, dass sie solchen Vorstellungen keinen Einfluss gestattet.“

Dieser Ausführung von Hrn. Auerbach, gegenüber möchte ich bemerken, ohne mich auf andere Beispiele einzulassen, dass er das Arbeitsäquivalent der Wärmeeinheit doch wohl nur deshalb gleich 1 setzen will, weil das Gefühl grösserer Einfachheit in der Darstellung mehr befriedigt. Wie soll aber hier nützlich sein, was dort für schädlich erachtet wird.

6. In einer Fussnote zur dritten seiner sehr interessanten Abhandlungen über nicht-umkehrbare Vorgänge<sup>1)</sup> bemerkt Hr. Wiedeburg, dass, wenn man in Lord Kelvin's erster Definition der absoluten Temperatur<sup>2)</sup> unter Wärme nicht die Wärmeenergie, sondern den Capacitätsfactor, oder nach Wiedeburg den Quantitätsfactor derselben, nämlich die Entropie versteht, dann auch diese Definition zur thermodynamischen Scala führt. Dieser Bemerkung des Hrn. Wiedeburg kann ich meine Zustimmung nicht versagen. Nur erlaube ich mir darauf aufmerksam zu machen, dass derselbe zuerst die Entropie mit Hülfe der thermodynamischen Scala definirt hat, und dass folglich eine Definition der Temperaturscala mit Hülfe der so festgelegten Entropie nothwendigerweise wieder auf die thermodynamische Scala führen muss, wenn die Rechnung richtig ist. Die Bemerkung des Hrn. Wiedeburg ist also nur eine Probe auf die Richtigkeit seiner Rechnung und hat mit der Definition einer absoluten Temperatur nichts zu schaffen.

Greifswald, 24. April 1898.

1) O. Wiedeburg, Wied. Ann. 64. p. 519. 1898.

2) Lord Kelvin, Phil. Mag. (3) 33. p. 313. 1848.

(Eingegangen 26. April 1898.)



17. Beiträge  
zur kinetischen Theorie mehratomiger Gase;  
von H. Statgmüller.

Den folgenden Betrachtungen kann ich keine bessere Einleitung geben, als die Worte, welche F. Richarz seiner Abhandlung<sup>1)</sup>: „Zur kinetischen Theorie mehratomiger Gase“ vorausschickte.

„Es ist gewiss mit Recht hervorgehoben worden, dass die rein thermodynamische Betrachtungsweise, welche unter Verzicht auf jede besondere Vorstellung von der Form der thermischen Energie allein von den beiden Hauptsätzen der mechanischen Wärmetheorie ihren Ausgang nimmt, der kinetischen Theorie an Sicherheit und Fruchtbarkeit überlegen ist.<sup>2)</sup> Aber der Verzicht, von der Bewegung der Molecüle und Atome eine Vorstellung zu gewinnen, muss nothwendig ein unbefriedigendes Gefühl hinterlassen, und dies wird immer wieder von neuem zu Versuchen treiben, vom Mechanismus der Wärmebewegung eine bestimmtere Anschauung auszubilden.“

Solche bestimmtere Anschauungen auszubilden ist auch der Zweck der folgenden Darlegungen.

Die Bewegung eines Gasmolecüls, das aus  $n$  Atomen besteht, ist vollständig bestimmt durch  $3n$  voneinander unabhängige Variable. Als solche Variable nehme man<sup>3)</sup> zunächst die cartesischen Coordinaten  $x, y, z$  eines beliebigen Atoms  $A$  des Molecüls. Ferner denke man sich durch dieses Atom  $A$  und zwei beliebige weitere Atome  $B$  und  $C$  des Molecüls eine Ebene gelegt, deren Lage im Raume durch die beiden

1) Vgl. Richarz, Wied. Ann. 48. p. 468. 1893.

2) M. Planck, 64. Naturforscherversammlung. Halle 1891; Zeitschr. f. physik. Chem. 8. p. 647. 1891.

3) Bei der ersten Niederschrift dieses Aufsatzes war ich bei der Abzählung der Coordinaten von den cartesischen Coordinaten des Molecularschwerpunktes ausgegangen. Die vorstehende Darstellung, welche übersichtlicher, einfacher und natürlicher ist, verdanke ich einer mündlichen Anregung des Hrn. Prof. Dr. Riecke.

Winkel  $\varphi$  und  $\psi$  ihrer Normalen in einem Polarsystem festgelegt sein möge. In dieser Ebene werde schliesslich die Richtung  $AB$  durch den Winkel  $\chi$  bestimmt, welchen  $AB$  mit einer in der Ebene gezogenen Axe bildet. Nun ist zunächst mit den drei Coordinaten  $x, y, z$  die fortschreitende Bewegung, mit den drei Coordinaten  $\varphi, \psi, \chi$  die Drehbewegung des ganzen Molecüls gegeben. Von den noch zur Verfügung stehenden  $(3n-6)$  Coordinaten mögen drei die gegenseitigen Entfernungen  $r_{ab}, r_{bc}, r_{ca}$  der Atome  $A, B$  und  $C$  messen, dann sind durch die neun eingeführten Coordinaten vorerst die Atome  $A, B$  und  $C$  vollständig festgelegt. Jedes weitere Atom  $X$  des Molecüls kann nun sehr einfach durch seine Entfernungen  $r_{xa}, r_{xb}, r_{xc}$  von diesen drei Atomen  $A, B, C$  bestimmt werden.

Die auf solche Weise eingeführten  $3n$  Coordinaten zerfallen in zwei specifisch verschiedene Gruppen. Zur ersten Gruppe gehören die sechs Coordinaten  $x, y, z, \varphi, \psi, \chi$ , welche die Bewegung des ganzen Molecüls im Raume darstellen, sie mögen kurzweg „äussere“ Coordinaten genannt werden; zur zweiten Gruppe gehören die  $(3n-6)$  Entfernungen  $r_{mn}$ , welche die gegenseitigen Verschiebungen der einzelnen Atome innerhalb des Molecüls messen, sie mögen kurzweg „innere“ Coordinaten heissen.

In der gewiss berechtigten Annahme, dass diese inneren Verschiebungen angenähert als pendelartige Schwingungen aufgefasst werden dürfen, liegt zugleich die Berechtigung für die Aufstellung der Hypothese, dass in erster Annäherung der Mittelwerth der inneren kinetischen Energie eines Molecüls gleich ist dem Mittelwerth seiner inneren potentiellen Energie, indem eben bei reinen Pendelbewegungen jene beiden Mittelwerthe einander gleich sind. Weiterhin beruhen die folgenden Untersuchungen noch auf der Anwendung des Satzes<sup>1)</sup>, dass im Falle des Temperaturgleichgewichts in unserem Gase die lebendigen Kräfte, welche den  $3n$  Coordinaten einzeln genommen entsprechen, alle einen und denselben Mittelwerth besitzen.

Bezeichnet man diesen Mittelwerth mit  $\epsilon$ , so entspricht

1) Vgl. Riecke, Physik II. p. 383; Boltzmann, Sitzungsber. d. k. Gesellsch. d. Wissensch. zu Wien 58. 1868, 8. Oct.; Maxwell, The Scientific Papers of J. C. Maxwell 2. p. 713.

also den  $3n$  Coordinaten im ganzen die lebendige Kraft  $3n\varepsilon$ . Hiervon kommt auf die lebendige Kraft der fortschreitenden Bewegung der Molecüle  $3\varepsilon$ , auf die lebendige Kraft ihrer Drehbewegung gleichfalls  $3\varepsilon$  und auf ihre innere kinetische Energie  $(3n-6)\varepsilon$ . Diesem letzteren Betrage entspricht noch eine intramoleculare potentielle Energie, die wir auch gleich  $(3n-6)\varepsilon$  setzen. Für die Gesamtenergie  $E$  unseres Gases erhält man damit die Relation

$$E = \{6 + 2(3n - 6)\}\varepsilon = 6(n - 1)\varepsilon.$$

Die für die thermischen Eigenschaften eines Gases charakteristische Constante  $6(n - 1)$  nenne ich Wärmedimension des Gases und bezeichne sie mit  $\vartheta$ . Hierbei ist aber vorausgesetzt, dass in der That  $3n$  voneinander unabhängige Variable nöthig sind, um die Bewegung des Molecüls vollständig zu bestimmen. Nun steht der Annahme nichts im Wege, dass die Zahl der unabhängigen Variabeln dadurch eine kleinere werden kann, dass die chemische Constitution des Molecüls entweder die Constanz einer der als innere Coordinaten eingeführten Entfernungen nach sich zieht, oder irgend welche Relationen zwischen den Variabeln bedingt. Die Anzahl der inneren Coordinaten kann deshalb bis auf Null herabsinken, aber es bleibt auch die Anzahl der äusseren Coordinaten nicht unter allen Umständen gleich 6. Bedingt nämlich die chemische Constitution eines Molecüls eine geradlinige Anordnung sämtlicher Atome desselben, so besitzt ein solches Molecül nur fünf äussere Coordinaten, da die Orientirung einer Geraden im Raume schon durch zwei Abmessungen bestimmt ist. Vor allem können also bei zweiatomigen Molecülen nur fünf äussere Coordinaten auftreten.

Um ganz allgemein den Werth von  $\vartheta$  festlegen zu können, bezeichnet man die Anzahl der äusseren Coordinaten mit  $a$ , die Anzahl der inneren Coordinaten mit  $i$ , dann ist

$$E = (a + 2i)\varepsilon \quad \text{und damit} \quad \vartheta = a + 2i.$$

Hierbei ist  $a$  entweder gleich 6 oder gleich 5, während der Werth von  $i$  allgemein nur eingegrenzt werden kann durch die Relation

$$0 \leq i \leq (3n - a).$$

Es ist also zunächst in jedem einzelnen Falle Sache besonderer Erwägungen zu untersuchen, ob die chemische Constitution des betreffenden Gasmoleculs soweit als bekannt vorausgesetzt werden kann, dass sich aus ihr die Anzahl der inneren und äusseren Coordinaten des Moleculs ableiten lässt. Andernfalls giebt umgekehrt der experimentell bestimmte Werth von  $\vartheta$  die Möglichkeit an die Hand, Schlüsse über die Constitution des betreffenden Moleculs zu ziehen.

Von der Gesamtenergie unseres Gases im Betrage von

$$E = \vartheta \varepsilon$$

entfällt nach dem Bisherigen nur die Energiegrösse

$$\Theta = 3 \varepsilon$$

auf die lebendige Kraft der fortschreitenden Bewegung der einzelnen Molecüle, d. h. auf diejenige Energieform, welche ich mit dem Thermometer messe, und zwischen beiden Energiegrössen besteht die Proportion

$$(1) \quad \Theta : E = 3 : \vartheta.$$

Es messe nun weiterhin bei unserem Gase die Zahl  $m$  die Masse in Gramm,  $T$  die absolute Temperatur in Celsiusgraden ( $T = 273 + t$ ),  $\mu$  das Moleculargewicht ( $H_2 = 2$ ),  $p$  den Druck in Dynen pro Quadratcentimeter,  $v$  das Volumen in Cubikcentimetern,  $V$  die moleculare Geschwindigkeit in Centimetern pro Secunde,  $c_v$  die spezifische Wärme bei constantem Volumen,  $c_p$  die spezifische Wärme bei constantem Drucke und  $A$  das mechanische Aequivalent der Wärme für die Grammcallee in Erg ( $A = 41\,931\,000$ ), so erhält man zunächst folgende Gleichungen<sup>1)</sup>

$$(2) \quad \Theta = \frac{1}{2} m V^2$$

und

$$(3) \quad E = A \cdot m c_p T,$$

weiterhin besteht die bekannte Relation

1) Die Vollständigkeit der folgenden Entwicklungen bedingt es, dass in denselben manches Bekannte wiederholt wird.

$$p v = p_0 v_0 (1 + \alpha t) = \frac{p_0 V_0}{273} T = \frac{76 \cdot 13,5956 \cdot 980,5966 \cdot \frac{m}{2} \cdot D}{273} \cdot T$$

$$= \frac{76 \cdot 13,5956 \cdot 980,5966 \cdot 2}{273 \cdot 0,06926 \cdot 0,0012931} \cdot \frac{m T}{\mu} = 82\,884\,000 \frac{m T}{\mu}.$$

Hierbei ist  $v_0$  das Volumen unseres Gases und  $D$  die Dichte des Wasserstoffgases je bei  $0^\circ$  C. und dem Drucke  $p_0$ , der einer Quecksilbersäule von 76 cm Höhe entspricht. 13,5956 ist die Dichte des Quecksilbers bei  $0^\circ$ ; 0,06926 die Dichte des Wasserstoffgases bezogen auf Luft gleich 1; 0,0012931 die wirkliche Dichte der Luft bei  $p_0$  und  $0^\circ$ , und schliesslich 980,5966 die Beschleunigung der Schwere unter  $45^\circ$  geographischer Breite im Meeresniveau.

Bezeichnet man die Constante 82 884 000 mit  $\rho$ , so lautet obige Relation

$$(4) \quad p v = \rho \frac{m}{\mu} T.$$

Denken wir uns nun weiterhin aus unserem Gase einen Würfel von 1 cm Kantenlänge ausgeschnitten, so ergiebt die kinetische Gastheorie das bekannte Resultat, dass die Summe der Impulse, welche eine Seitenfläche des Würfels in einer Secunde durch die anprallenden Moleculle empfängt, gleich ist  $\frac{1}{3}(m/v) V^2$ , da  $m/v$  die in unserem Würfel enthaltene Masse darstellt. Diesem Gesamttimpulse entspricht der constante Druck  $p$ . Es kann also  $\frac{1}{3}(m/v) V^2$  gleich  $p$  gesetzt werden und damit nimmt die Gl. (2) folgende Form an

$$(5) \quad \Theta = \frac{2}{3} p v,$$

Es ist aber nach (4)

$$p v = \rho \frac{m}{\mu} T,$$

also erhält man

$$(6) \quad \Theta = \frac{2}{3} \rho \frac{m}{\mu} T.$$

Aus (1), (3) und (6) folgt nun

$$\frac{3}{2} \rho \frac{m}{\mu} T : A m c_v T = 3 : \vartheta$$

und hieraus giebt sich

$$c_v = \frac{\rho \vartheta}{2 A \mu},$$

welche Gleichung durch Einsetzung der Werthe für  $\varrho$  und  $A$  folgende Form annimmt

$$c_v = 0,98835 \frac{\vartheta}{\mu},$$

bezeichnet man darin die Constante 0,98835 mit  $\lambda$ , so hat man also

$$(7) \quad c_v = \frac{\lambda \vartheta}{\mu}.$$

Denken wir uns nun weiterhin unser Gas auf die Temperatur  $T'$  erwärmt, und zwar einmal bei gleichbleibendem Volumen, ein zweites mal bei gleichbleibendem Druck (Endvolumen  $v'$ ), so entspricht die Differenz der aufgewendeten Energiemengen derjenigen Arbeit, welche im zweiten Falle auf die Ausdehnung des Gases verwendet wurde. Jene Differenz beträgt  $m(c_p - c_v)(T' - T)$  g-Cal., diese Arbeit selbst ist ausgedrückt durch  $p(v' - v)$  und hierfür ergibt die Gl. (4) den Betrag von  $\varrho(m/\mu)(T' - T)$  Arbeitseinheiten. Es ist also

$$m(c_p - c_v)(T' - T) A = \varrho \frac{m}{\mu} (T' - T),$$

d. h.

$$\mu(c_p - c_v) = \frac{\varrho}{A} = 2\lambda,$$

hiermit Gl. (7) combinirt ergibt

$$(8) \quad c_p = \frac{(\vartheta + 2)\lambda}{\mu}.$$

Aus (7) und (8) folgt für das Verhältniss  $k$  der beiden specifischen Wärmen die Gleichung

$$9) \quad k = \frac{\vartheta + 2}{\vartheta}.$$

Die Relationen (8) und (9) hätte man auch durch folgende Betrachtungen einfacher erhalten können: ( $p v$ ) stellt die gesammte Ausdehnungsarbeit unseres Gases dar, dieselbe wird aber auch gemessen durch  $A \cdot m \cdot (c_p - c_v) T$ , die Gl. (5) kann deshalb auch geschrieben werden

$$\Theta = \frac{3}{2} \cdot A \cdot m (c_p - c_v) T,$$

diese Gleichung durch die Gl. (3) dividirt, giebt unter Berücksichtigung von (1)

$$\frac{3}{\vartheta} = \frac{3}{2} (k - 1)$$

und damit

$$k = \frac{\vartheta + 2}{\vartheta},$$

schliesslich ist dann wieder

$$c_p = k c_v = \frac{\lambda(\vartheta + 2)}{\mu}.$$

Gehe ich nun zu der speciellen Durchführung der vorgetragenen allgemeinen Theorie über, so würde es sich bei den zweiatomigen Gasen um folgende handeln:

$H_2, O_2, N_2, CO, NO, HCl, HBr, HJ, Cl_2, Br_2, J_2, ClJ.$

Denkbar sind hier nur zwei Fälle, entweder bedingt die Constitution des Molecüls einen festen Abstand der beiden Atome, oder dieser Abstand ist periodischen Aenderungen unterworfen. Im ersten Falle ist  $a = 5$  und  $i = 0$ , im zweiten Falle ist  $a = 5$  und  $i = 1$ . Es fragt sich nun zunächst, welche allgemeinen Erwägungen lassen sich über die eventuelle Vertheilung obiger Gase auf diese beiden Klassen anstellen? Einerseits darf vom chemischen Standpunkte aus sicher erwartet werden, dass z. B. die Elemente  $Cl_2, Br_2, J_2$  sowie die Verbindung  $ClJ$  ein und derselben Klasse angehören; andererseits legt sich vom physikalischen Standpunkte aus die Vermuthung nahe, dass die früher sogenannten permanenten Gase in einer solch fundamentalen Eigenschaft des molecularen Baues übereinstimmen, wie sie durch jede der beiden obigen Klassen festgelegt wird.

Geht man weiterhin von der Anschauung aus, dass bei Gasen die „Wärme“ nichts anderes ist, als die Summe der lebendigen Kräfte der fortschreitenden Bewegung der einzelnen Molecüle, bei festen Körpern aber die Summe der lebendigen Kräfte der um eine gewisse Gleichgewichtslage schwingenden einzelnen Atome, so kommt man zu der Vermuthung, dass die Ursache der Schwierigkeit der Ueberführung gewisser Gase in den festen Zustand darin zu suchen ist, dass bei diesen Gasen die Individualität des Atoms ganz im Molecül aufgeht, d. h. dass eben diese Gase unserer ersten Klasse angehören. Umgekehrt wird damit sodann z. B. im Jod, das ja erst etwa bei  $200^\circ$  siedet, das Atom seine Individualität dem Molecül



gegenüber im Gaszustande bewahren, d. h. das Jod wird unserer zweiten Gruppe angehören, eine Vermuthung, welche für die ganze Chlorgruppe noch verstärkt wird durch die Thatsache, dass bei Temperaturen, die  $600^{\circ}$  übersteigen, im Chlorgase Molecüle enthalten sind, die nur aus einem Atom bestehen.<sup>1)</sup>

Solche und ähnliche Ueberlegungen physikalischen und chemischen Charakters erlauben, zunächst allerdings nur vermuthungsweise, unsere zweiatomigen Gase folgendermaassen auf die beiden Klassen zu vertheilen:

I. Klasse:  $a = 5$ ,  $i = 0$ , damit  $\vartheta = 5$ .

$H_2$ ,  $O_2$ ,  $N_2$ ,  $CO$ ,  $NO$ ,  $HCl$ ,  $HBr$ ,  $HJ$ .

Bei dieser Klasse wäre

$$c_v = \frac{5\lambda}{\mu}, \quad c_p = \frac{7\lambda}{\mu}, \quad k = 1,4.$$

II. Klasse:  $a = 5$ ,  $i = 1$ , damit  $\vartheta = 7$ .

$Cl_2$ ,  $Br_2$ ,  $J_2$ ,  $ClJ$ .

Hier wäre

$$c_v = \frac{7\lambda}{\mu}, \quad c_p = \frac{9\lambda}{\mu}, \quad k = 1,286.$$

In der beigegebenen Tabelle ist eine Gegenüberstellung der so errechneten und der beobachteten Werthe durchgeführt, und in der That zeigt diese Gegenüberstellung die Berechtigung unserer vorläufigen Vertheilung und damit auch die Berechtigung der über die moleculare Constitution jener Gase aufgestellten Hypothesen.

Gehen wir nun zu den dreiatomigen Gasen über, so wären hier folgende zu berücksichtigen:

$H_2O$ ,  $N_2O$ ,  $CO_2$ ,  $H_2S$ ,  $SO_2$ ,  $CS_2$ .

Die Behandlung dieser dreiatomigen Gase wird in hohem Grade dadurch erleichtert, dass es sich hierbei nur um Gase von der Formel  $XY_2$  handelt. Stereochemische Betrachtungen führen bei allen diesen Gasen, mit Ausnahme von  $CS_2$ , zu der

1) Vgl. Lothar Meyer, *Moderne Theorien etc.* p. 45. 1890.

Vermuthung, dass das  $X$ -Atom mit dem Schwerpunkt des ganzen Molecüls zusammenfällt.

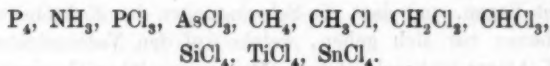
Zur Bestimmung des  $X$ -Atoms braucht man drei äussere Coordinaten, hierzu kommen für das eine  $Y$ -Atom zwei weitere äussere Coordinaten und in der Entfernung  $\overline{XY}$  eine innere Coordinate. Mit  $X$  und dem einen  $Y$  ist aber nach unserer Annahme zugleich auch schon das andere  $Y$  vollständig bestimmt. Es wird also  $a = 5$ ,  $i = 1$  und damit  $\vartheta = 7$ , folglich ist bei diesen Gasen

$$c_v = \frac{7\lambda}{\mu}, \quad c_p = \frac{9\lambda}{\mu}, \quad \text{und} \quad k = 1,286.$$

Auch hier zeigt die beigegebene Tabelle durchweg eine gute Uebereinstimmung der berechneten und beobachteten Werthe.

Wäre in  $\text{CS}_2$  der Schwefel zweiwertig, wie er dies z. B. in den Sulfiden und Mercaptanen ist, eine Voraussetzung, die allerdings gewöhnlich gemacht wird, so müsste auch für  $\text{CS}_2$  der Werth  $\vartheta = 7$  erwartet werden. Aber Betrachtungen, welche ich an anderem Orte<sup>1)</sup> dargelegt habe, zeigen, dass jene Annahme unzulässig ist. Doch möchte ich ein weiteres Eingehen auf den Schwefelkohlenstoff zunächst bis nach der Behandlung der Gase von der Formel  $\text{CX}_4$  verschieben.

Von den vier- und fünfatomigen Gasen kämen folgende in Betracht:



Der tiefe absolute Siedepunkt des Methans, und der wenigstens noch verhältnissmässig tiefe des Ammoniaks lassen die Vermuthung entstehen, dass in diesen Molecülen eine Anlagerung der H-Atome an das Centralatom stattfindet, wie wir sie bei der ersten Klasse unserer zweiatomigen Gase fanden. Vom chemischen Standpunkte aus muss aber weiterhin erwartet werden, dass die Anlagerung der H-Atome an das centrale C-Atom in der ganzen Reihe  $\text{CH}_4$ ,  $\text{CH}_3\text{Cl}$ ,  $\text{CH}_2\text{Cl}_2$ ,  $\text{CHCl}_3$  die

1) Vgl. H. Staigmüller, Bestimmung der Brechungsexponenten organischer Flüssigkeiten p. 10.

gleiche bleibt. Es muss also bei allen diesen Gasen eine Verminderung der Anzahl der inneren Coordinaten des Molecüls vermuthet werden.

Dagegen liegt zunächst bei den beiden Gasen vom Typus  $XY_3$  kein Grund vor, eine solche Beschränkung in Aussicht zu nehmen, für sie wäre also  $\vartheta = 6(n - 1) = 18$ , und in der That zeigt die beigegebene Tabelle die Brauchbarkeit dieser Wärmedimensionszahl.

Auf denselben Werth für  $\vartheta$  würde man auch durch folgende specielle Annahme über den Bau jener Molecüle vom Typus  $XY_3$  kommen. Die drei Schwingungsmittelpunkte der  $Y$ -Atome denke man sich etwa nach den Ecken eines gleichseitigen Dreiecks um das  $X$ -Atom als Mittelpunkt herum angeordnet, während die  $Y$ -Atome in Ebenen schwingen, welche je senkrecht zur betreffenden Valenzrichtung des Centralatoms stehen. Unter dieser Annahme ist die fortschreitende Bewegung des  $X$ -Atoms und die Orientirung seiner Valenzrichtungen im Raume festgelegt durch sechs äussere Coordinaten, zu welchen sodann noch für jedes  $Y$ -Atom zwei innere Coordinaten hinzutreten. Es wäre also  $a = 6$ ,  $i = 2.3$  und damit  $\vartheta = 18$ .

In Verallgemeinerung der bekannten Anschauungen über das  $C$ -Atom kann man bei den Gasen vom Typus  $XY_4$  in analoger Weise von der Annahme ausgehen, dass die Schwingungsmittelpunkte der vier  $Y$ -Atome etwa nach den Ecken eines regulären Tetraeders um das  $X$ -Atom herum räumlich angeordnet liegen, und dass die Schwingungen der  $Y$ -Atome selbst in Ebenen vor sich gehen, welche auf den Valenzrichtungen des  $X$ -Atoms senkrecht stehen. Bei einer solchen Configuration wäre wiederum zunächst die fortschreitende Bewegung des  $X$ -Atoms und die Orientirung seiner Valenzrichtungen im Raume durch sechs äussere Coordinaten festgelegt, während zur Bestimmung der Schwingungen jedes einzelnen  $Y$ -Atoms zwei weitere innere Coordinaten nöthig sind. Für ein solches Molecül hätte man damit  $a = 6$ ,  $i = 8$ ,  $\vartheta = 22$ , und in der That führen auch diese Werthe, wie die Tabelle zeigt, eine recht gute Uebereinstimmung zwischen Beobachtung und Berechnung herbei.

Kehre ich nun zu den Gasen  $NH_3$ ,  $CH_4$ ,  $CH_3Cl$ ,  $CH_2Cl_2$ ,  $CHCl_3$  zurück, so liegt bei denselben also die Vermuthung

vor, dass in ihnen jeweils zwischen den H-Atomen und dem Centralatom eine — wenn ich so sagen darf — „feste“ Anlagerung stattfindet. Dies würde bei den beiden Gasen  $\text{NH}_3$  und  $\text{CH}_4$  die Werthe  $a = 6$  und  $i = 0$  bedingen, und damit wäre bei beiden Gasen  $\vartheta = 6$ .

In dem Gase  $\text{CH}_3\text{Cl}$  wäre weiterhin wiederum das „starre“  $\text{CH}_3$  durch sechs äussere Coordinaten bestimmt, die Schwingungen des einen Cl-Atoms könnten aber durch zwei innere Coordinaten festgelegt werden, es wäre also  $a = 6$ ,  $i = 2$  und damit  $\vartheta = 10$ .

Durch analoge Betrachtungen erhält man bei

$\text{CH}_2\text{Cl}_2$  die Werthe  $a = 6$ ,  $i = 2 \cdot 2 = 4$ ,  $\vartheta = 14$

und bei

$\text{CHCl}_3$  die Werthe  $a = 6$ ,  $i = 3 \cdot 2 = 6$ ,  $\vartheta = 18$ .

Auch dies sind, wie die Tabelle zeigt, durchweg befriedigende Werthe.

Bei dem Gase  $\text{CS}_2$ , dessen Besprechung ich bisher zurückgestellt habe, hätte man zunächst ebenfalls sechs äussere Coordinaten, dagegen muss im Unterschiede zu den bisherigen Betrachtungen angenommen werden, dass infolge der doppelten Bindung zwischen den S-Atomen und dem C-Atome die Schwingungen der S-Atome derartige sind, dass sie durch je eine weitere Coordinate bestimmt werden können. Für  $\text{CS}_2$  ist also  $a = 6$ ,  $i = 2$ ,  $\vartheta = 10$ .

Von den aufgezählten Gasen bliebe jetzt nur noch  $\text{P}_4$  übrig. Als Grundform dieses Molecüls aus vier gleichen Atomen muss in erster Linie an das reguläre Tetraeder gedacht werden, d. h. jedes Atom steht mit jedem der drei anderen in Bindung. Bezeichnet man die vier Atome mit  $A$ ,  $B$ ,  $C$  und  $D$ , so wäre das Atom  $A$ , die Ebene  $ABC$  und die Richtung  $AB$  durch sechs äussere Coordinaten bestimmt (vgl. p. 655 und 656 dieses Aufsatzes).  $B$  ist nun weiterhin durch eine innere Coordinate festgelegt, und da  $C$  mit den beiden nun „festen“ Atomen  $A$  und  $B$  in Bindung steht und ausserdem in der „festen“ Ebene  $ABC$  liegt, muss angenommen werden, dass dessen Schwingungen wiederum durch nur eine weitere

innere Coordinate bestimmt werden können. Die Schwingungen des letzten Atoms  $D$ , das mit drei nun als fest zu betrachtenden Atomen in Bindung steht, können dann ebenfalls nur solche sein, zu deren Charakterisirung eine weitere innere Coordinate genügt. Es ist also für  $P_4$   $a = 6$ ,  $i = 3$  und damit  $\vartheta = 12$ .

Auch bei diesen beiden Gasen stimmt, wie die Tabelle zeigt, Beobachtung und Berechnung gut überein.

Mit den fünfatomigen Gasen müssen unsere Betrachtungen vorläufig ihr Ende finden. Zwar liegen für eine kleine Zahl höheratomiger Gase aus dem Gebiete der organischen Chemie Beobachtungen vor, aber dieselben beweisen, dass ihre Zuverlässigkeit keine derartige ist, um zu weitergehenden Schlüssen zu berechtigen. Am meisten Beobachtungen stehen für den Aetherdampf  $C_4H_{10}O$  zur Verfügung. Die Landolt-Börnstein'schen Tabellen geben hier folgende Werthe:

$$20^\circ: k = 1,097, \quad 35^\circ: k = 1,093, \quad 100^\circ: k = 1,079,$$

$$42^\circ - 45^\circ: k = 1,0288 \text{ und } 3^\circ - 46^\circ: k = 1,025.$$

Jenem ersten Werthe würde entsprechen  $\vartheta = 20$ ; diesem letzteren  $\vartheta = 80$ .

Zum Schlusse möchte ich zu den beigegeführten Tabellen noch folgendes bemerken.

Da directe Beobachtungen eigentlich nur für  $c_p$  und  $k$  vorliegen, so beschränkt sich die Tabelle auf diese Werthe. Die in ihr enthaltenen Beobachtungsconstanten sind sämmtlich den Landolt-Börnstein'schen Tafeln<sup>1)</sup> entnommen, wo diese Tafeln einen Werth nicht geben, ist dies durch ein „vacat“ angezeigt. Aufgenommen sind *alle* Gase bis zur Atomzahl 5, von denen dort überhaupt ein Werth für  $c_p$  oder  $k$  gegeben wird, mit der einzigen Ausnahme von  $NO_2$ , dessen angegebene Werthe für  $c_p$  zwischen 0,65 und 1,625 schwanken, also für uns überhaupt nicht in Betracht kommen können. Würde man umgekehrt aus den Beobachtungswerthen die Wärmedimensionszahl  $\vartheta$  berechnen, so würde man nur in ganz wenigen Fällen sicher eine andere Zahl bekommen, als die in Vorstehendem ganz allgemein abgeleitete. Zu diesen

1) Landolt u. Börnstein, Physik.-chem. Tabellen 2. Aufl. 1894.

wenigen Fällen gehört in erster Linie  $\text{NH}_3$ ; ihm scheint nicht der Werth  $\vartheta = 6$ , sondern der Werth  $\vartheta = 7$  zuzukommen. Auf die daraus etwa zu ziehenden Schlüsse möchte ich jedoch hier nicht eingehen. Im allgemeinen aber ist die Uebereinstimmung zwischen Rechnung und Beobachtung eine solche, wie sie eigentlich nicht besser erwartet werden kann, vor allem wenn man dabei im Auge behält, dass die Berechnung selbst aus dem ganzen Gebiet der Wärmelehre nur zwei Constanten als bekannt voraussetzt, nämlich den Ausdehnungscoefficienten der Gase und das mechanische Wärmeäquivalent. Weiterhin ist auch nicht zu vergessen, dass neben der Unsicherheit mancher beobachteten Werthe eine Anzahl derselben sich auf einen Temperaturgrad bezieht, der dem Siedepunkt der betreffenden Flüssigkeit viel zu nahe liegt, um mit den Werthen für ein „ideales“ Gas vollständig stimmen zu können. So ist z. B. beim Wasser der Werth  $c_p = 0,3787$  im Temperaturintervall  $100-125^\circ$  gemessen, während der mit der Berechnung ungleich besser stimmende Werth  $c_p = 0,48051$  sich auf das Intervall  $128-217^\circ$  bezieht.

Liegt darin, dass die vorstehende Darlegung sich eigentlich auf ideale Gase beschränkt, gewissermaassen ein Mangel derselben, so darf die erreichte Uebereinstimmung doppelt als Zeichen dafür angesehen werden, dass auf dem beschrittenen Wege dem Ziele näher gerückt werden kann, das diese ganze Darlegung einzig und allein im Auge hat, dem Ziele „von dem Mechanismus der Wärmebewegung eine bestimmtere Anschauung auszubilden“.

Molecular- formel des Gases	Molecular- gewicht $\mu =$	Wärme- dimension $\vartheta =$	Specifische Wärme $c_p$ ber. $= \frac{\lambda(\vartheta + 2)}{\mu}$ $\lambda = 0,98835$	Specifische Wärmen $c_p$ beob. =	Verhältn. $k$ d. spec. Wärmen berechnet $= \frac{\vartheta + 2}{\vartheta}$	Verhältn. $k$ der spec. Wärme beob. =
$\text{H}_2$	2	5	3,459	3,3996 3,410	1,400	1,41
$\text{O}_2$	31,92	5	0,217	0,21751	1,400	1,4025 1,41
$\text{N}_2$	28,02	5	0,247	0,2438	1,400	1,41

Molecular- formel des Gases	Molecular- gewicht $\mu =$	Wärme- dimension $\vartheta =$	Specifiche Wärme $c_p$ ber. $= \frac{\lambda(\vartheta + 2)}{\mu}$ $\lambda = 0,98885$	Specifiche Wärmen $c_p$ beob. =	Verhältn. $k$ d. spec. Wärme berechnet $= \frac{\vartheta + 2}{\vartheta}$	Verhältn. $k$ der spec. Wärmen beob. =
CO	27,93	5	0,248	0,2426	1,400	1,39465 1,41
NO	29,97	5	0,231	0,23173	—	vacat
HCl	36,37	5	0,190	0,1867 0,1940	1,400	1,389 1,400
HBr	80,76	5	0,086	0,0820	1,400	1,3647 1,440
HJ	127,53	5	0,054	0,0512	1,400	1,397
Cl <sub>2</sub>	70,74	7	0,126	0,1155 0,1241	1,286	1,323 1,336
Br <sub>2</sub>	159,52	7	0,056	0,055518	1,286	1,293
J <sub>2</sub>	253,06	7	0,035	0,0336	1,286	1,294
ClJ	161,9	7	0,055	0,0512	1,286	1,315 1,321
H <sub>2</sub> O	17,96	7	0,495	0,3787 0,48051	1,286	1,274 1,287 1,33
N <sub>2</sub> O	43,98	7	0,202	0,2126 0,22616	1,286	1,27238 1,3106
CO <sub>2</sub>	43,89	7	0,202 <sub>2</sub>	0,18427 0,20246	1,286	1,2653 1,28212 1,31131
H <sub>2</sub> S	33,98	7	0,262	0,24514	1,286	1,2759
SO <sub>2</sub>	63,9	7	0,139	0,15439	1,286	1,2562 1,262
CS <sub>2</sub>	75,93	10	0,156	0,15956	1,200	1,1890 1,205
P <sub>4</sub>	—	12	—	vacat	1,167	1,175
NH <sub>3</sub>	17,02	6	0,465	0,51246 0,5356	1,333	1,2770 1,328
NH <sub>3</sub>	17,02	7	0,523	0,51246 0,5356	1,286	1,2770 1,328
PCl <sub>3</sub>	137,07	18	0,144	0,13473	—	vacat
AsCl <sub>3</sub>	181,01	18	0,109	0,11224	—	vacat



Molecular- formel des Gases	Molecular- gewicht $\mu =$	Wärme- dimension $\vartheta =$	Specifische Wärme $c_p$ ber. $= \frac{\lambda(\vartheta+2)}{\mu}$ $\lambda = 0,98835$	Specifische Wärme $c_p$ beob. =	Verhältn. k d. spec. Wärmen berechnet $= \frac{\vartheta+2}{\vartheta}$	Verhältn. k der spec. Wärmen beob. =
$\text{CH}_4$	15,97	6	0,531	0,59295	1,333	1,3160
$\text{CH}_3\text{Cl}$	—	10	—	vacat	1,200	1,1991
$\text{CH}_2\text{Cl}_2$	—	14	—	vacat	1,143	1,1192
$\text{CHCl}_3$	119,08	18	0,166	0,1489	1,111	1,11100
$\text{SiCl}_4$	169,78	22	0,140	0,1322	—	vacat
$\text{TiCl}_4$	189,48	22	0,125	0,12897	—	vacat
$\text{SnCl}_4$	260,28	22	0,091	0,09388	—	vacat

(Eingegangen 29. April 1898.)

**18. Versuch einer theoretischen Ableitung der  
Constanten des Gesetzes von Dulong und Petit;  
von H. Staigtmüller.**

Die nachfolgende Ableitung geht von folgendem Satze aus: „Während derjenige Zustand eines Körpers, über den ich mich mit dem Thermometer unterrichte, bei Gasen durch die lebendige Kraft der fortschreitenden Bewegung des Molecüls bedingt ist, wird derselbe bei festen Körpern durch die mittlere lebendige Kraft des um eine gewisse Gleichgewichtslage schwingenden Atoms bestimmt.“

Diese Schwingungen der Atome können in erster Annäherung als pendelartige aufgefasst werden, und dementsprechend darf auch die mittlere kinetische Energie eines solchen Atoms in erster Annäherung gleichgesetzt werden seiner mittleren potentiellen Energie.

Es bezeichne nun bei irgend einem Elemente im Gaszustande  $\mu$  das Moleculargewicht,  $c_v$  die spezifische Wärme bei constantem Volumen,  $\vartheta$  die Wärmedimension<sup>1)</sup>,  $\nu$  die Anzahl der Atome im Molecül,  $N$  die Anzahl der Molecüle in 1 g und  $C_v$  die spezifische Wärme bei constantem Volumen im festen Zustand.

Um 1 g unseres Elements im Gaszustand um  $1^\circ$  zu erwärmen, brauche ich die Energiemenge  $c_v$ ; hiervon kommt auf 1 Molecül der Bruchtheil  $c_v/N$ , und davon kommt wieder der Betrag von  $3/\vartheta \cdot c_v/N$  auf die lebendige Kraft der fortschreitenden Bewegung des Molecüls.

Erwärme ich aber 1 g unseres Elements im festen Zustande um  $1^\circ$ , so brauche ich dazu die Energiemenge  $C_v$ , hiervon kommt auf 1 Atom der Bruchtheil  $C_v/\nu N$ , und davon kommt wieder der Betrag von  $\frac{1}{2} \cdot C_v/\nu N$  auf die mittlere lebendige Kraft der schwingenden Bewegung des Atoms.

1) Vgl. H. Staigtmüller, Wied. Ann. 65. p. 655. 1898.

Es muss also die Relation bestehen

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{C_v}{\nu \cdot N} = \frac{3}{2} \cdot \frac{c_v}{N},$$

d. h. es ist

$$C_v = \frac{6\nu c_v}{2}.$$

Setzt man in diese Gleichung den von mir an anderer Stelle<sup>1)</sup> für  $c_v$  theoretisch abgeleiteten Werth von  $0,98835 \frac{\theta}{\mu}$ , so erhält man

$$C_v = \frac{6 \cdot \nu \cdot 0,98835}{\mu} = \frac{5,93}{\nu}.$$

Der Nenner  $\mu/\nu$  des letzteren Bruches ist das Atomgewicht unseres Körpers; bezeichnet man dasselbe mit  $\alpha$ , so nimmt unsere Gleichung folgende Form an

$$\alpha C_v = 5,93,$$

d. h. man erhält das Gesetz von Dulong und Petit und zwar mit einer Constanten, die eine grosse Anzahl von Elementen im festen Zustande als annähernd „ideal“ aufweist, wie die folgenden Werthe beobachteter Atomwärmen<sup>2)</sup> zeigen.

5,5 für B, C, Ga;

5,6 „ Be(?), P;

5,7 „ Si, S;

5,8 „ Al;

5,9 „ Cu, Rh, Au, Se, Te, Zr;

6,0 „ Mg, Ag;

6,1 „ As, W, Zn, Sb;

6,2 „ La, Os;

6,3 „ Fe, Co, Ru, Pd, Cd, Ce, Ir, Pt, Hg.

Zum Schlusse möge auch noch ein fester Körper von der chemischen Formel  $A_x B_y C_z$  in Betracht gezogen werden.

1) Vgl. H. Staigmüller, l. c.

2) Diese Werthe sind entnommen: Lothar Mayer, *Moderne Theorien etc.* 1890. p. 106. u. 107. und Riecke, *Physik* 2. p. 368. Allerdings gelten obige Werthe eigentlich nur für das Product  $\alpha C_v$ . Da aber  $C_v$ , wenn auch nur wenig, kleiner ist als  $C_p$ , so ist in Wirklichkeit die Uebereinstimmung eine noch etwas bessere.

Es bezeichne hierbei wieder  $\mu$  das Moleculargewicht dieses Körpers,  $C_v$  seine specifische Wärme bei constantem Volumen, und  $N_H$  die Anzahl der Molecüle in 1 g Wasserstoffgas, während  $\alpha, \beta, \gamma$  die Atomgewichte der drei Elemente  $A, B, C$  und  $\mathfrak{A}, \mathfrak{B}, \mathfrak{C}$  die specifischen Wärmen derselben im festen Zustande darstellen sollen.

Um 1 g unseres Körpers um  $1^\circ$  zu erwärmen brauche ich die Energiemenge  $C_v$ . Nun enthält 1 g desselben  $2 N_H / \mu$  Molecüle und damit  $2 N_H (a + b + c) / \mu$  Atome. Von jener Energiemenge kommt also auf die mittlere lebendige Kraft der schwingenden Bewegung eines jeden Atoms unseres Körpers der Betrag  $\frac{1}{2} \cdot (\mu C_v / 2 N_H (a + b + c))$ . Hätte ich aber 1 g des Elements  $A$  im festen Zustande um  $1^\circ$  erwärmt, so hätte jedes Atom desselben einen Zuwachs an mittlerer kinetischer Energie erhalten, der ausgedrückt wäre durch den Bruch  $\frac{1}{2} \cdot (\alpha \mathfrak{A} / 2 N_H)$ . Es wäre also

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{\mu C_v}{2 N_H (a + b + c)} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\alpha \mathfrak{A}}{2 N_H}$$

oder

$$\mu C_v = (a + b + c) \alpha \mathfrak{A} = (a + b + c) \cdot 5,93.$$

Um jedoch das Gesetz über die Molecularwärmen fester Verbindungen in der gewöhnlichen Form abzuleiten, schreibe man vorstehende Gleichung in folgender Form:

$$\frac{a \mu C_v}{a + b + c} = a \alpha \mathfrak{A},$$

analog würde man erhalten

$$\frac{b \mu C_v}{a + b + c} = b \beta \mathfrak{B},$$

und

$$\frac{c \mu C_v}{a + b + c} = c \gamma \mathfrak{C}.$$

Addirt man diese 3 Gleichungen, so erhält man

$$\mu C_v = a \alpha \mathfrak{A} + b \beta \mathfrak{B} + c \gamma \mathfrak{C},$$

d. h. man erhält diejenige Form, in welcher jenes Gesetz gewöhnlich angewendet wird.

(Eingegangen 29. April 1898.)

